



ТЕСТОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА 10-11 КЛАСС

Новые
образовательные
стандарты:

- освоение,
- диагностика
- анализ



МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Л.Б. Крайнева

**ТЕСТОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ**

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

10–11 класс

Москва
«Интеллект-Центр»
2013

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я721
К78

Под общей редакцией А.О. Татура

Рецензент – методист лаборатории математики МИОО Г.Д. Карташева

Крайнева, Л.Б.

К78 Тестовые материалы для оценки качества обучения. Алгебра и начала анализа. 10–11 класс. Учебное пособие / Л.Б. Крайнева; под общей редакцией А.О. Татура; Московский центр качества образования. – Москва: «Интеллект-Центр», 2013. – 128 с.

ISBN 978-5-89790-861-5

Сборник предназначен для оценки качества обучения учащихся по алгебре и началам анализа в 10–11 классах. Он будет также полезен при подготовке к итоговой аттестации.

Сборник поможет учителю повысить эффективность проведения уроков посредством использования на учебных занятиях элементов тестирования. Ученик получит возможность провести самоконтроль знаний, родители – контроль уровня обученности ребёнка по предмету.

Администрацией школ сборник может быть использован для определения уровня усвоения учебного материала учащимися и корректировки процесса обучения в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я721

Генеральный директор издательства «Интеллект-Центр»

М.Б. Миндюк

Редактор Д.П. Локтионов

Техническая редакция М.К. Глебова

Художественный редактор Е.Ю. Воробьева

Подписано в печать 08.10.2012. Формат 60х84/8.

Усл. печ. л. 16,0. Доп. тираж 3000 экз. Заказ № 1108671

Издательство «Интеллект-Центр»

117342, Москва, ул. Бутлерова, д. 17Б

arvato
япк

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленного электронного оригинал-макета
в ОАО «Ярославский полиграфкомбинат»
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97

ISBN 978-5-89790-861-5

© МЦКО, 2011

© «Интеллект-Центр», 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ТЕСТЫ	6

10 КЛАСС

Тест № 1. Преобразование тригонометрических выражений	6
Тест № 2. Функции и их свойства.....	10
Тест № 3. Тригонометрические функции и их свойства	14
Тест № 4. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.....	18
Тест № 5. Тригонометрические уравнения и системы уравнений.....	22
Тест № 6. Правила вычисления производных. Производная сложной функции	26
Тест № 7. Применение непрерывности и производной	30
Тест № 8. Исследование функций с помощью производной	34
Тест № 9. Итоговый тест за курс 10 класса.....	38

11 КЛАСС

Тест № 10. Первообразная и интеграл.....	44
Тест № 11. Корень n -й степени. Степень с рациональным показателем	48
Тест № 12. Иррациональные уравнения.....	52
Тест № 13. Показательная функция и ее свойства	56
Тест № 14. Показательные уравнения и неравенства	60
Тест № 15. Логарифмическая функция и ее свойства.....	64
Тест № 16. Логарифмические уравнения и неравенства	68
Тест № 17. Итоговый тест за курс 10–11 классов.....	72

ПРИЛОЖЕНИЯ	78
-------------------------	----

Приложение № 1. Кодификатор элементов содержания по математике (Алгебра. Начала математического анализа)	78
Приложение № 2. Спецификации итоговых тестов	81
Приложение № 3. Требования к уровню подготовки выпускников	83
Приложение № 4. Рекомендации по использованию материалов сборника для учебного процесса.....	84
Приложение № 5. Ответы к заданиям и критерии оценивания.....	85
Приложение № 6. Бланки ответов.....	119

ВВЕДЕНИЕ

Сборник предназначен для проверки уровня усвоения учащимися 10–11 классов знаний и умений по алгебре и началам анализа в объеме, установленном обязательным минимумом содержания образования. Он ориентирован на учебник по алгебре и началам анализа под редакцией А.Н. Колмогорова (авторы: А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын, Б.М. Ивлев, С.И. Шварцбурд). Материалы сборника будут также полезны учителям и учащимся, занимающимся по другим учебникам. Их можно использовать при организации тематического и обобщающего контроля, организации итогового повторения, а также для подготовки учащихся к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

Задания в сборнике представлены в различной форме:

- с выбором ответа и кратким ответом (часть I);
- с развернутым ответом (часть II).

К каждому заданию с выбором ответа даны четыре варианта ответа, из которых нужно выбрать один верный. В заданиях с кратким ответом необходимо записать только ответ. В заданиях с развернутым ответом необходимо записать подробное решение задачи на отдельном листе. Эти задания являются наиболее сложными.

На выполнение тематических тестов отводится 40–45 минут, на выполнение итоговых тестов за курс 10 и 11 классов отводится 80–90 минут.

В Приложении № 1 представлен Кодификатор элементов содержания по математике для проведения единого государственного экзамена (см. сайт www.fipi.ru).

Приложение № 2 содержит спецификации (структуру и содержание) итоговых тестов с указанием кодов, соответствующих элементам содержания для 10 и 11 классов.

В Приложении № 3 приведен Кодификатор требований к уровню подготовки по математике выпускников средней (полной) школы, составленный в соответствии с требованиями Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования (Приказ МО РФ от 05.03.2004 № 1089).

В Приложении № 4 представлены рекомендации по применению тестов в учебном процессе и оценке результатов выполнения учащимися теста.

Проверка правильности выполнения работы учащегося производится учителем в соответствии с ответами к заданиям части I и критериями оценивания к заданиям части II (Приложение № 5). Выполнение задания из части I оценивается 1 баллом. За задание части II учащийся может получить от 0 до 3-х баллов в зависимости от правильности и полноты ответа.

В Приложении № 6 представлены бланки для проведения тестирований. Эти бланки можно вырезать из сборника. Перед проведением тестирования, раздав соответствующие бланки, учитель предлагает ученикам на бланке записать фамилию, имя, класс и номер варианта. Выбор номера ва-

рианта определяет учитель. Ученики заносят ответы на задания части I в клеточки бланка под соответствующими номерами. Если ученик ошибся, он может исправить ответ в бланке, зачеркнув старый ответ и записав рядом новый. Ответы на задания части II записываются на отдельном листе. Проверая ответы учащихся, учитель проставляет первичный балл на каждом бланке в соответствующей позиции. Бланки тестирования хранятся так же как тетради для контрольных работ.

После проведения тестирования и проверки работ учащихся рекомендуется обсудить в классе каждое из заданий теста. При этом целесообразно предложить учащимся самим объяснить причины, которые обуславливают неправильность трёх ответов из четырёх предложенных для заданий с выбором ответа. Полезно выявить причины характерных ошибок, которые обуславливают выбор учащимися неправильных ответов.

ТЕСТЫ

10 КЛАСС

Тест № 1. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Упростите выражение $(1 - \sin^2 \alpha) \operatorname{tg}^2 \alpha$

- 1) 1 2) $\sin^2 \alpha$ 3) $\cos^2 \alpha$ 4) 0

2 Найдите $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

- 1) $\frac{5}{13}$ 2) $-\frac{5}{13}$ 3) $\frac{1}{13}$ 4) $-\frac{1}{13}$

3 Найдите наименьшее значение выражения $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) - 1$

- 1) 1 2) 0 3) -4 4) -2

4 Упростите выражение $\sin \alpha \cos(-\beta) - \sin(\alpha - \beta)$

- 1) $\sin \beta \cos \alpha$
2) $-2 \sin \alpha \cos \beta$
3) $-\sin \beta \cos \alpha$
4) $2 \sin \alpha \cos \beta$

5 Вычислите $\sqrt{2} \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sqrt{2} \sin^2 \frac{\pi}{8}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите значение выражения $\left(\sin \frac{5\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{7\pi}{3}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Зная, что $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\cos \beta = \frac{7}{25}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$, найдите $5 \cos(\alpha + \beta)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Найдите значение выражения $4 - 4(\cos \alpha - \sin \alpha)^2$ при $\alpha = \frac{\pi}{12}$.

9 Известно, что $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 3$. Найдите $2 \operatorname{tg} \alpha$.

10 Синус угла при основании равнобедренного треугольника равен 0,6. Найдите косинус угла при вершине этого треугольника.

Тест № 1. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Упростите выражение $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha$.

1) 1

2) $\cos^2 \alpha$

3) $2 \sin^2 \alpha$

4) $\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 \alpha}$

2 Найдите $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

1) $-\frac{2}{5}$

2) $\frac{4}{5}$

3) $-\frac{4}{5}$

4) $\frac{2}{5}$

3 Найдите наибольшее значение выражения $4(\operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \cos^4 \alpha$

1) 8

2) 16

3) 0

4) 4

4 Упростите выражение $\sin \alpha \sin(-\beta) + \cos(\alpha - \beta)$

1) $-2 \sin \alpha \cos \beta$

2) $\cos \alpha \cos \beta$

3) $\sin \alpha \cos \beta$

4) $2 \sin \alpha \cos \beta$

5 Вычислите $3 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите значение выражения $\left(\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} + \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6} \right) \cdot \cos \frac{7\pi}{4}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7

Зная, что $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\sin \beta = -\frac{24}{25}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, найдите $10 \sin(\alpha - \beta)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8

Найдите значение выражения $8 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{8}$.

9

Известно, что $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 6$. Найдите $10 \operatorname{tg} \alpha$.

10

Косинус угла при основании равнобедренного треугольника равен 0,2. Найдите синус угла при вершине этого треугольника.

Тест № 2. Функции и их свойства

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Областью определения функции $f(x)$, график которой $y = f(x)$ изображен на рисунке 1, является

- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(-6; 8)$ 3) $[-6; 8]$ 4) $[-3; 5]$

2 Множество значений функции $f(x)$ (см. рисунок 1) есть

- 1) $[-6; 8]$ 2) $(-\infty; 5]$ 3) $(-3; 5)$ 4) $[-3; 5]$

3 Функция $f(x)$ (см. рисунок 1) возрастает на промежутках

- 1) $[-6; -1]$ 2) $[-6; -1], [4; 7]$ 3) $[-1; 4], [7; 8]$ 4) $[-3; 4], [-2; 5]$

4 Точками максимума функции $f(x)$ (см. рисунок 1) являются

- 1) 4 и 5
2) -1 и 7
3) -1; 4 и 7
4) 7

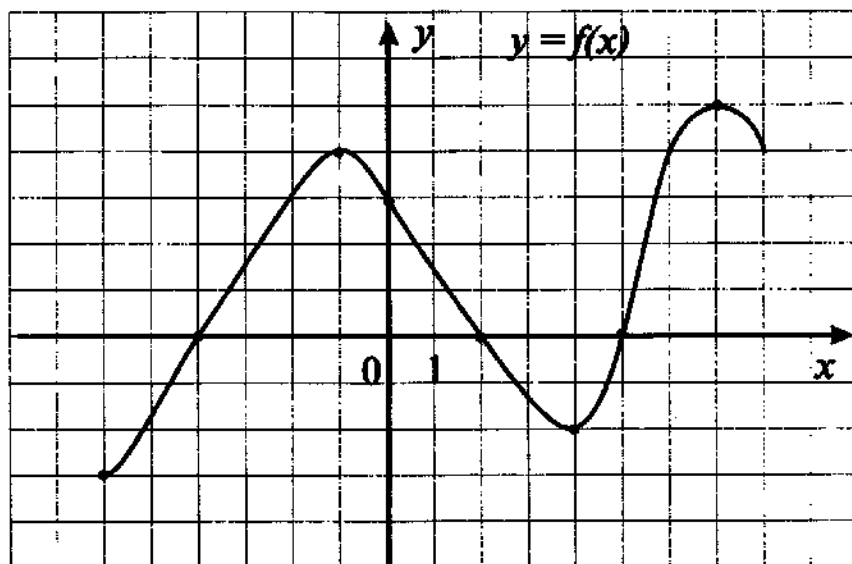


Рисунок 1

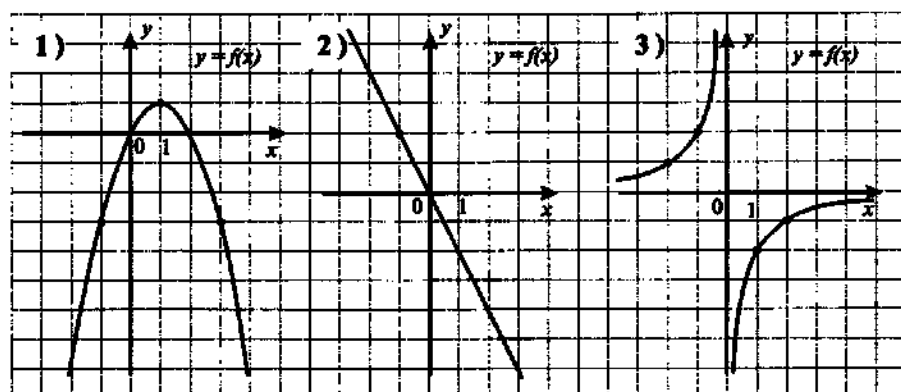
5 Поставьте в соответствие функции $f(x)$

А) $f(x) = -\frac{2}{x}$

Б) $f(x) = 2x - x^2$

В) $f(x) = -2x$

ее график



Ответ:

А	Б	В

Ответ в виде последовательности цифр перенесите в бланк ответов.

6 Найдите нули функции $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Найдите длину отрезка, на котором функция $f(x) = 1 - x^2$ принимает неотрицательные значения.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - 3x - 2}}{x + 2}$.

9 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 5 - \sqrt{x}$.

10 Постройте график функции $f(x) = \sqrt{4x^2}$.

Тест № 2. Функции и их свойства

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Областью определения функции $f(x)$, график которой $y = f(x)$ изображен на рисунке 1, является

- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $[-5; 4]$ 3) $(-9; 6)$ 4) $[-9; 6]$

2 Множество значений функции $f(x)$ (см. рисунок 1) есть

- 1) $[-5; +\infty)$ 2) $[-5; 5]$ 3) $(-5; 5)$ 4) $[-9; 6]$

3 Функция $f(x)$ (см. рисунок 1) убывает на промежутках

- 1) $[-9; -6]$ 2) $[-1; 4], [-5; 3]$ 3) $[-9; -6], [0; 5]$ 4) $[0; 5]$

4 Точками минимума функции $f(x)$ (см. рисунок 1) являются

- 1) -1 и -5
 2) -6 и 5
 3) $-6; 0$ и 5
 4) $-7; -4$ и 2

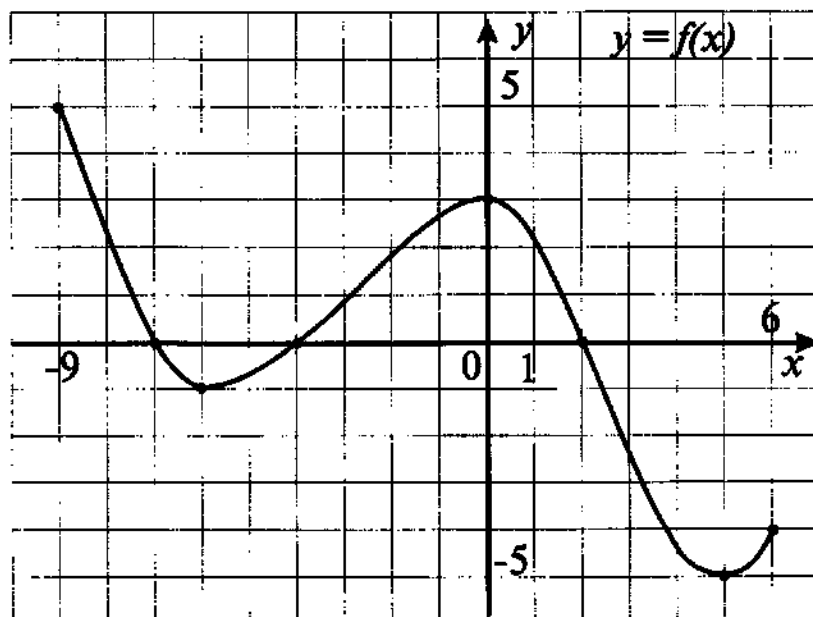


Рисунок 1

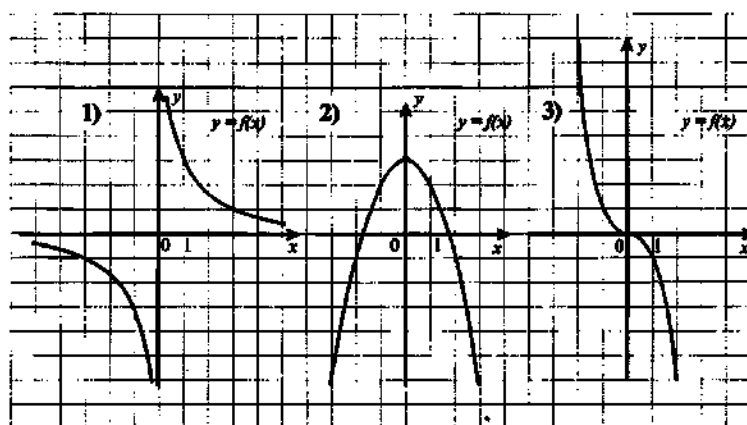
5 Поставьте в соответствие функции $f(x)$

A) $y = 3 - x^2$

Б) $y = -x^3$

В) $y = \frac{3}{x}$

ее график



Ответ:

А	Б	В

Ответ в виде последовательности цифр перенесите в бланк ответов.

6 Найдите нули функции $f(x) = -x^3 + 2x^2 - x$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Найдите длину отрезка, на котором функция $f(x) = 5x - x^2$ принимает неотрицательные значения.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 3x - 1}}{x - 3}$.

9 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 2 + \sqrt{x}$.

10 Постройте график функции $y = (\sqrt{2x})^2$.

Тест № 3. Тригонометрические функции и их свойства

Вариант 1

Часть 1

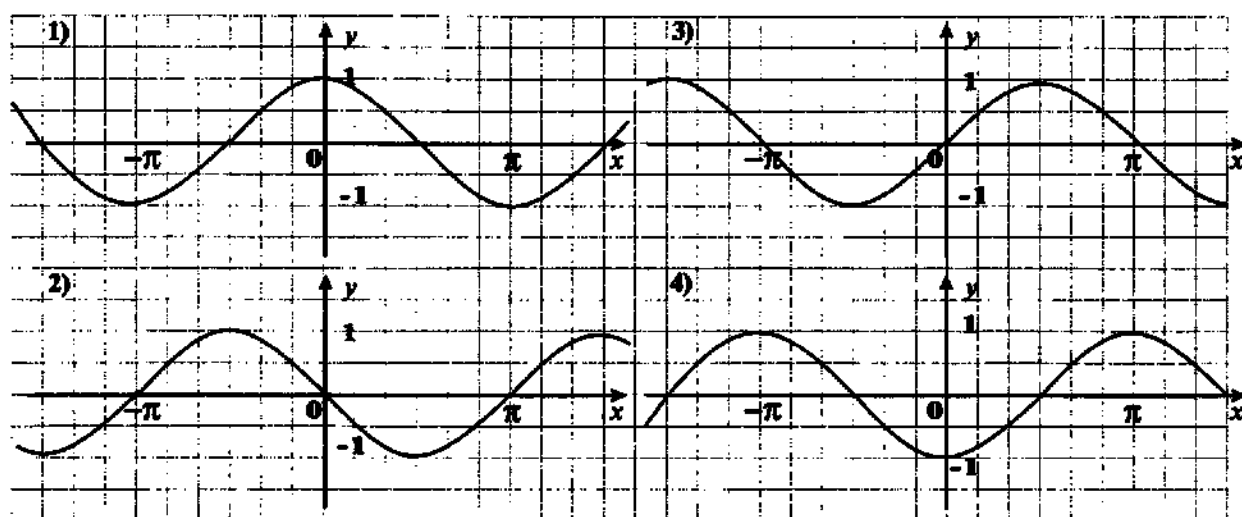
1) Какому из данных чисел может быть равно значение $\sin \alpha$?

- 1) $(0,3)^3$ 2) $0,3\sqrt{18}$ 3) $2-\sqrt{12}$ 4) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

2) Какое из данных чисел отрицательное?

- 1) $\operatorname{tg}(-5)$ 2) $\cos 1$ 3) $\sin 4$ 4) $\operatorname{ctg}(-2)$

3) На каком рисунке изображен график функции $y = -\cos x$?



4) Если $\operatorname{tg} \alpha = -0,2$, то $\operatorname{ctg}(-\alpha)$ равен

- 1) 5 2) 2 3) -5 4) -2

5) Нулями функции $y = \sin 2x$ на промежутке $[0; 2\pi]$ являются

- 1) $0; \pi; 2\pi$ 2) $0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi$ 3) $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$ 4) $0; 2\pi$

6) Вычислите $\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{35\pi}{4}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7

Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{5}{\operatorname{tg}^2 x + 1}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8

Найдите точки максимума функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

9

Найдите промежутки возрастания функции $y = \cos 3x$.

10

Постройте график функции $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$.

Тест № 3. Тригонометрические функции и их свойства

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

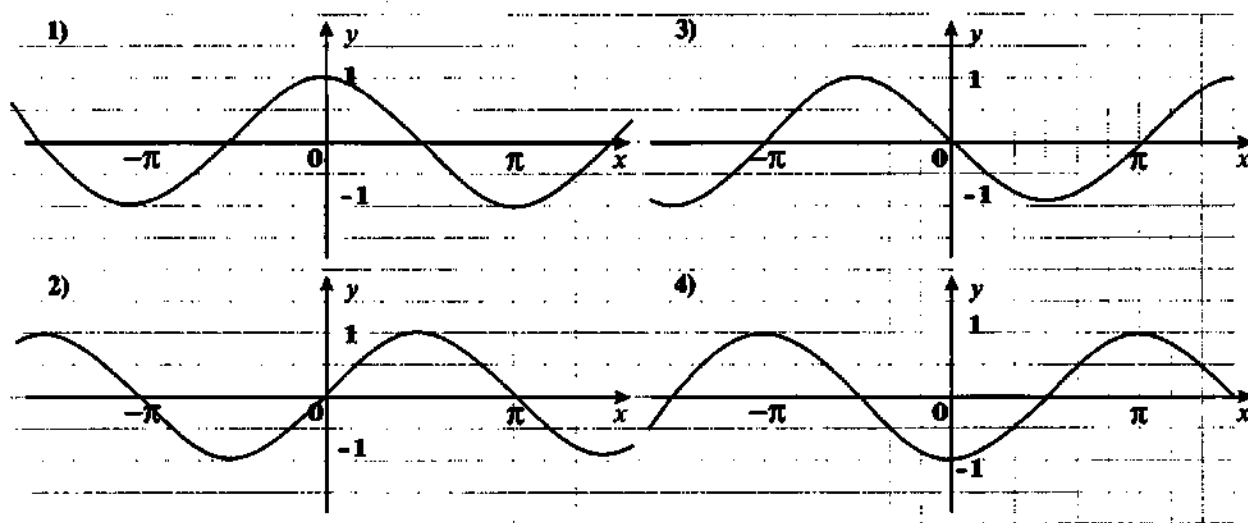
1 Какому из данных чисел может быть равно значение $\cos \alpha$?

- 1) $0,5\sqrt{5}$ 2) $1-\sqrt{5}$ 3) $(0,5)^{-2}$ 4) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

2 Какое из данных чисел положительное?

- 1) $\operatorname{ctg} 5$ 2) $\sin(-4)$ 3) $\operatorname{tg} 3$ 4) $\cos(-2)$

3 На каком рисунке изображен график функции $y = -\sin x$?



4 Если $\operatorname{ctg} \alpha = -0,4$, то $\operatorname{tg}(-\alpha)$ равен

- 1) -4 2) $2,5$ 3) $-2,5$ 4) 4

5 Нулями функции $y = \cos \frac{x}{2}$ на промежутке $[-\pi; \pi]$ являются

- 1) $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$ 2) $-\pi; 0; \pi$ 3) $-\pi; -\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; \pi$ 4) $-\pi; \pi$

6 Вычислите $\sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{47\pi}{3}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{-4}{\operatorname{ctg}^2 x + 1}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Найдите точки минимума функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

9 Найдите промежутки убывания функции $y = \sin \frac{x}{3}$.

10 Постройте график функции $y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Тест № 4. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Вычислите $\arcsin \frac{1}{2}$.

1) $\frac{\pi}{3}$

2) $\frac{\pi}{6}$

3) $\frac{\pi}{2}$

4) 0

2 Найдите значение выражения $\operatorname{arctg}(-1) + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $-1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\frac{5\pi}{12}$

3) $\frac{\pi}{12}$

4) $-\frac{\pi}{12}$

3 Решите уравнение $\cos x = -1$.

1) $\pi + 2\pi n, n \in Z$

2) $2\pi n, n \in Z$

3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

4) $-\pi + 2\pi n, n \in Z$

4 Решите уравнение $\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = -3$.

1) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

2) $-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}n, n \in Z$

3) $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

4) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

5 Решите уравнение $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите неравенство $2 \cos x < 1$.

1) $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

2) $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

3) $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

4) $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

7 Вычислите $\sin\left(\arcsin \frac{1}{4}\right)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите уравнение $\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

9 Найдите все решения уравнения $4 \sin^2 x = 1$, принадлежащие промежутку $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

10 Решите неравенство $8 \sin 3x \cos 3x \geq 2\sqrt{3}$.

Тест № 4. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1

Вычислите $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$.

1) $\frac{\pi}{2}$

2) $\frac{\pi}{6}$

3) $\frac{\pi}{4}$

4) 1

2

Найдите значение выражения $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \operatorname{arccotg} 1$.

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{\pi}{12}$

3) $\frac{5\pi}{12}$

4) $-\frac{\pi}{12}$

3

Решите уравнение $\sin x = 1$.

1) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

2) $2\pi n, n \in Z$

3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

4) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

4

Решите уравнение $\operatorname{ctg} 2x = \sqrt{3}$.

1) $\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

2) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}n, n \in Z$

3) $\frac{\pi}{12} + \pi n, n \in Z$

4) $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n, n \in Z$

5

Решите уравнение $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите неравенство $2 \sin x > 1$.

1) $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

2) $\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

3) $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

4) $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

7 Вычислите $\cos\left(\arccos\frac{3}{5}\right)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите уравнение $\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

9 Найдите все решения уравнения $4 \cos^2 x = 3$, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

10 Решите неравенство $2 \cos^4 2x - 2 \sin^4 2x \geq 1$.

Тест № 5. Тригонометрические уравнения и системы уравнений

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Решите уравнение $\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

1) $(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}k, k \in Z$

2) $\pm \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in Z$

3) $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}k, k \in Z$

4) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$

2 Решите уравнение $4 \sin 2x \cos 2x = 1$.

1) $(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}k, k \in Z$

2) $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}k, k \in Z$

3) $\pm \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}k, k \in Z$

4) $(-1)^k \frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{4}k, k \in Z$

3 Решите уравнение $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

1) $2\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

2) $2\pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

4) $2\pi k; (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$

4 Решите уравнение $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$.

1) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $-\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

4) $-\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

5 Решите уравнение $\sin^2 x - 5 \sin x + 4 = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите уравнение $\sin 2x + \cos x = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите уравнение $\frac{1 + \cos x}{\sin x} = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите уравнение $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x + 1} = 1$.

9 Решите уравнение $3 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$.

10 Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos x + \sin x = \sqrt{2} \end{cases}$ при условии, что $0 < x < \frac{\pi}{2}, 0 < y < \frac{\pi}{2}$.

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Решите уравнение $\sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) $\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k, k \in Z$

2) $(-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{3}k, k \in Z$

3) $(-1)^k \pi + 3\pi k, k \in Z$

4) $(-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{3}k, k \in Z$

2 Решите уравнение $2\cos^2 2x - 2\sin^2 2x = \sqrt{2}$.

1) $\pm \pi + 8\pi k, k \in Z$

2) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}k, k \in Z$

3) $\pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{2}k, k \in Z$

4) $\pm \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in Z$

3 Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$.

1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; (-1)^k \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$

4) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$

4) Решите уравнение $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$.

1) $-\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$

2) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

3) $\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$

4) $\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z$

5) Решите уравнение $\cos^2 x + 6 \cos x - 7 = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6) Решите уравнение $\sin 2x - \sin x = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7) Решите уравнение $\frac{1 + \sin x}{\cos x} = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8 – 10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8) Решите уравнение $\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} = 1$.

9) Решите уравнение $5 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$.

10) Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = \pi, \\ \sin x + \sin y = \sqrt{3} \end{cases}$ при условии, что $\frac{\pi}{2} < x < \pi, 0 < y < \frac{\pi}{2}$.

Вариант 1

Часть 1

1 Найдите производную функции $f(x) = x(x^2 - 4)$.

1) $f'(x) = 3x^2 - 4$

2) $f'(x) = 2x$

3) $f'(x) = x^3 - 4x$

4) $f'(x) = 3x^2$

2 Найдите производную функции $f(x) = x\sqrt{3x}$.

1) $f'(x) = \frac{7}{6}\sqrt{3x}$

2) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x}}$

3) $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}}$

4) $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{3x}$

3 Найдите производную функции $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

1) $f'(x) = \frac{1}{2x}$

2) $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

3) $f'(x) = \frac{3x^2+1}{(x^2+1)^2}$

4) $f'(x) = \frac{1-2x}{(x^2+1)^2}$

4 Найдите производную функции $f(x) = x^4 \sin 2x$.

1) $f'(x) = 4x^3 \sin 2x + x^4 \cos 2x$

2) $f'(x) = 4x^3 \sin 2x + 2x^4 \cos 2x$

3) $f'(x) = 8x^3 \cos 2x$

4) $f'(x) = 4x^3 \sin 2x - 2x^4 \cos 2x$

5 Найдите значение производной функции $f(x) = 3x + \operatorname{tg} x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите уравнение $f'(x) = 0$, где $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите неравенство $g'(x) > 0$, где $g(x) = (1 - 5x)^2$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Найдите корни уравнения $f'(x) = 0$, принадлежащие промежутку $[0; 2\pi]$, если известно, что $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2x$.

9 Решите уравнение $f'(x) = g'(x)$, если известно, что $f(x) = 4\sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{3}x - 5$.

10 Решите неравенство $f'(x) < g'(x)$, если известно, что

$$f(x) = x^3 + x^2 - 8, g(x) = -5x^2 + 3.$$

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите производную функции $f(x) = x^2(x + 5)$.

- 1) $f'(x) = 2x$
- 2) $f'(x) = x^3 + 5x^2$
- 3) $f'(x) = 3x^2 + 10x$
- 4) $f'(x) = 3x^2$

2 Найдите производную функции $f(x) = x^2\sqrt{2x}$.

- 1) $f'(x) = \frac{5}{2}x\sqrt{2x}$
- 2) $f'(x) = \frac{9}{4}x\sqrt{2x}$
- 3) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x}}$
- 4) $f'(x) = \sqrt{2x}$

3 Найдите производную функции $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$.

- 1) $f'(x) = 1$
- 2) $f'(x) = \frac{2x+3}{(x+1)^2}$
- 3) $f'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$
- 4) $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$

4 Найдите производную функции $f(x) = x^5\cos 3x$.

- 1) $f'(x) = -15x^4\sin 3x$
- 2) $f'(x) = 5x^4\cos 3x - 3x^5\sin 3x$
- 3) $f'(x) = 5x^4\cos 3x + 3x^5\sin 3x$
- 4) $f'(x) = 5x^4\cos 3x - x^5\sin 3x$

5 Найдите значение производной функции $f(x) = 2x + 3 \operatorname{tg} x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите уравнение $f'(x) = 0$, где $f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x - 5$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите неравенство $g'(x) > 0$, где $g(x) = (3 - 4x)^2$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Найдите корни уравнения $f'(x) = 0$, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, если известно, что $f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) + 4x$.

9 Решите уравнение $f'(x) = g'(x)$, если известно, что $f(x) = 6\sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{2}x + 7$.

10 Решите неравенство $f'(x) > g'(x)$, если известно, что

$$f(x) = -x^3 - 2x^2 + 6, \quad g(x) = -4x^2 - 11.$$

Тест № 7. Применение непрерывности и производной

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 4 - 3x + 0,5x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- 1) 1 2) 2 3) 0 4) -1

2 Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 0,2t^5 - 10t^2 + 3$. Найдите ее скорость в момент времени $t_0 = 3$ с (перемещение измеряется в метрах).

- 1) 32 м/с 2) 21 м/с 3) 31 м/с 4) 22 м/с

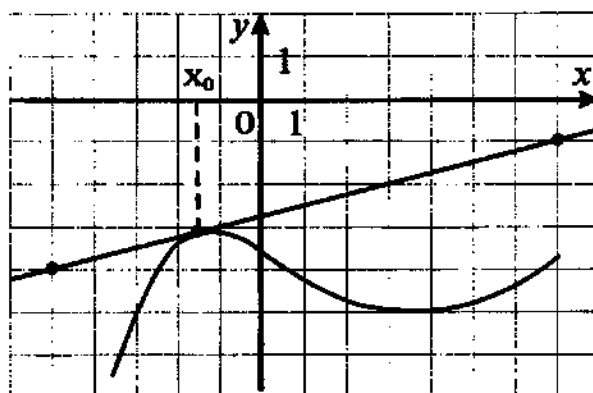
3 Решите неравенство $(x+1)^{-1} > 6$.

- 1) $-1 < x < -\frac{5}{6}$ 2) $x < -\frac{5}{6}$ 3) $x > -\frac{5}{6}$ 4) $-1 < x < 5$

4 Укажите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

- 1) $y = -x + 1$ 2) $y = 1$ 3) $y = x$ 4) $y = x + 1$

5 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Вычислите приближенное значение выражения $\sqrt{1,008}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите неравенство $\frac{x-4x^2}{x-1} > 0$. В ответе укажите наибольшее целое решение неравенства.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите неравенство $\frac{5}{x-2} \geq x+2$.

9 В какой точке касательная к графику функции $y = x^2 - 5x$ параллельна прямой $y = -x + 7$?

10 К графику функции $y = x^2 + 2x - 3$ проведены касательные в точках $(0; -3)$ и $(-2; -3)$. Найдите координаты точки пересечения этих касательных.

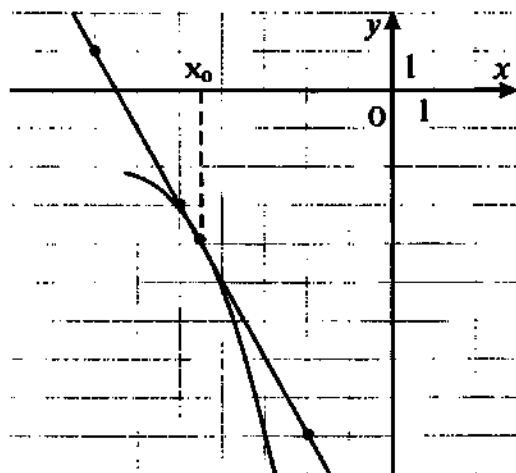
Тест № 7. Применение непрерывности и производной

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

- 1 Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x - 5$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
- 1) -1 2) 2 3) -3 4) 0
- 2 Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 0,1t^5 + t^3 + t$. Найдите ее скорость в момент времени $t_0 = 2$ с (перемещение измеряется в метрах).
- 1) 12 м/с 2) 13,6 м/с 3) 33 м/с 4) 21 м/с
- 3 Решите неравенство $(x+3)^{-1} > 2$.
- 1) $-3 < x < -1$ 2) $-3 < x < -2,5$ 3) $x < -2,5$ 4) $x > -2,5$
- 4 Укажите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \cos x - \sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
- 1) $y = 1$ 2) $y = x$ 3) $y = -x + 1$ 4) $y = x + 1$
- 5 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Вычислите приближенное значение выражения $0,997^{50}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите неравенство $\frac{4-x^2}{2x+1} < 0$. В ответе укажите наименьшее целое решение неравенства.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8 – 10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите неравенство $x \geq \frac{2x-4}{x-3}$.

9 В какой точке касательная к графику функции $y = x^2 + 4x$ параллельна прямой $y = 2x + 3$?

10 К графику функции $y = x^2 - 2x + 3$ проведены касательные в точках $(0; 3)$ и $(2; 3)$. Найдите координаты точки пересечения этих касательных.

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

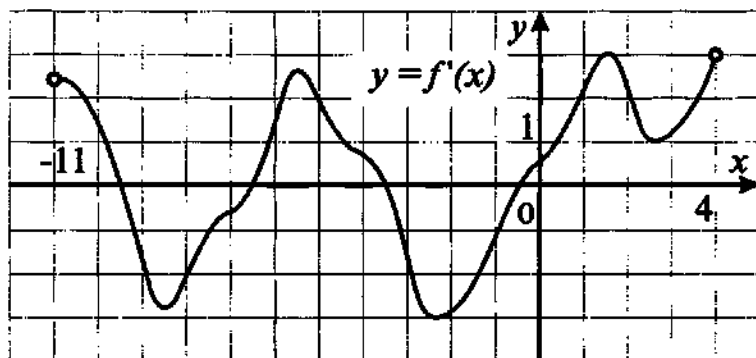
- 4) $[-2; 0], [2; +\infty)$

- 4) $-3; 3$

- 4) 3

- 4) 4; 20

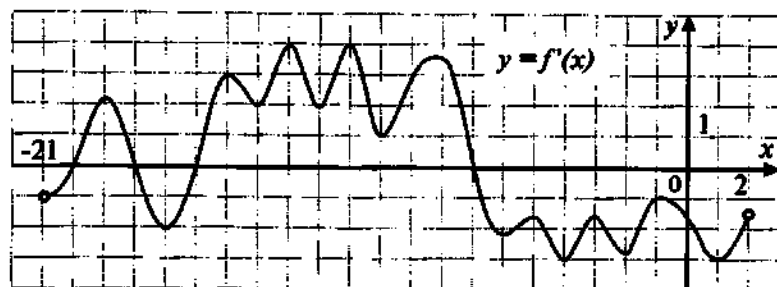
- 5** На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-11; 4)$. Сколько промежутков возрастания у функции $y = f(x)$?



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

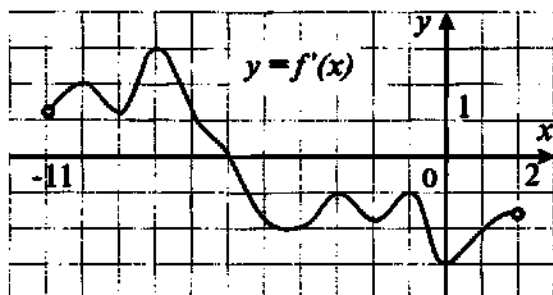
- 6 На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-21; 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-19; 1]$.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 7 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 2)$. В какой точке отрезка $[-6; 0]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

- 8 Докажите, что функция $f(x) = \cos x + 2x$ возрастает на $\mathbb{R}$.
- 9 Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ на монотонность и постройте эскиз ее графика.
- 10 Число 12 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата одного из них на удвоенное другое слагаемое было наибольшим.

Тест № 8. Исследование функций с помощью производной

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите промежутки убывания функции $f(x) = 3 + 8x^2 - x^4$.

- 1) $[-2; 2]$
- 2) $[-2; 0], [2; +\infty)$
- 3) $(-\infty; -2], [0; 2]$
- 4) $[0; +\infty)$

2 Найдите точки максимума функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - 2$.

- 1) 1
- 2) 0
- 3) -2
- 4) -2; 2

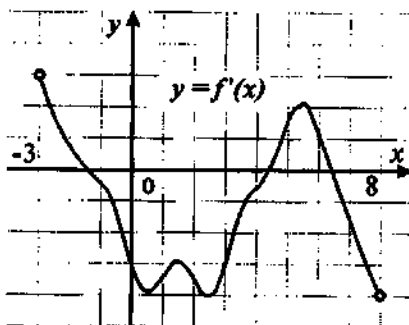
3 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[0; 2]$.

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 8
- 4) 4

4 Найдите точки экстремума функции $f(x) = 1 - 2x^2 - x^4$.

- 1) -1; 1
- 2) 0
- 3) 1; 2
- 4) -1; 0; 1

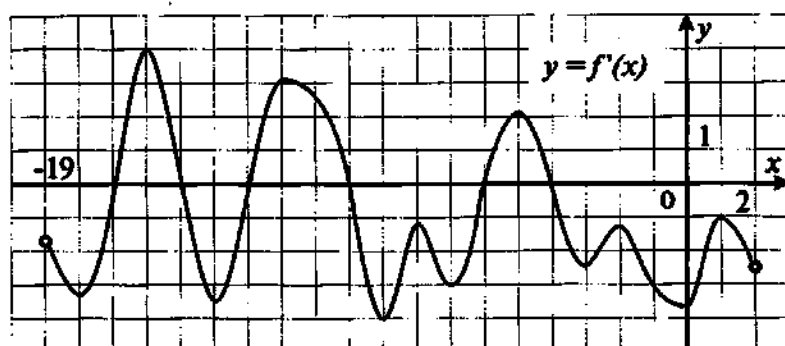
5 На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Сколько промежутков убывания у функции $y = f(x)$?



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

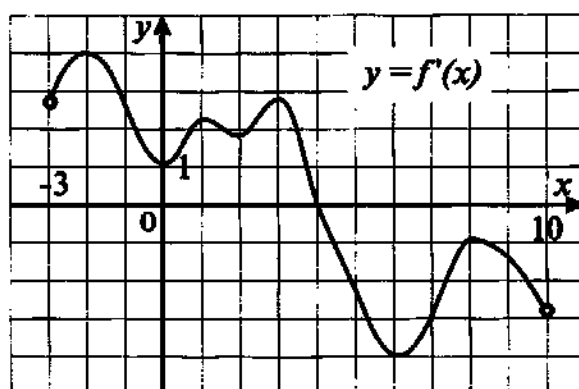
- 6 На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-19; 2)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-18; 1]$.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 7 На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 10)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

- 8 Докажите, что функция $f(x) = \sin x - 3x$ убывает на $\mathbb{R}$.
- 9 Исследуйте функцию $f(x) = 6x - 2x^3$ на монотонность и постройте эскиз ее графика.
- 10 Число 9 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата одного из них на утроенное другое слагаемое было наибольшим.

Тест № 9. Итоговый тест за курс 10 класса

Вариант 1

Часть 1

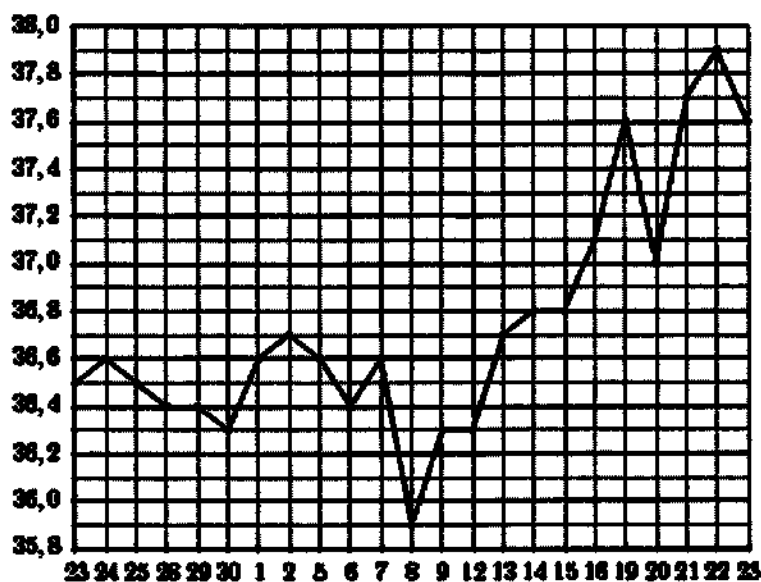
Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

- 1 Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 550 рублей после понижения цены на 15%?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 2 На рисунке жирными точками показан курс японской йены, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена японской йены в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшим и наименьшим курсом японской йены за указанный период. Ответ дайте в рублях.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 3 Найдите значение выражения $2 \sin 0 + 3 \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{4} \right) - 7 \cos \left(-\frac{\pi}{3} \right)$.

1) -4,5 2) -6,5 3) 0,5 4) -0,5.

- 4 Найдите значение производной функции $f(x) = (6x + 5)^8$ в точке $x_0 = -1$.

1) -8 2) 48 3) 8 4) -48

5 Решите уравнение $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$.

1) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

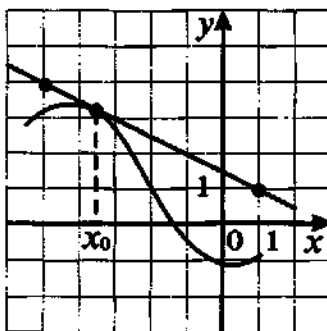
4) $\pm \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

6 Найдите значение $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

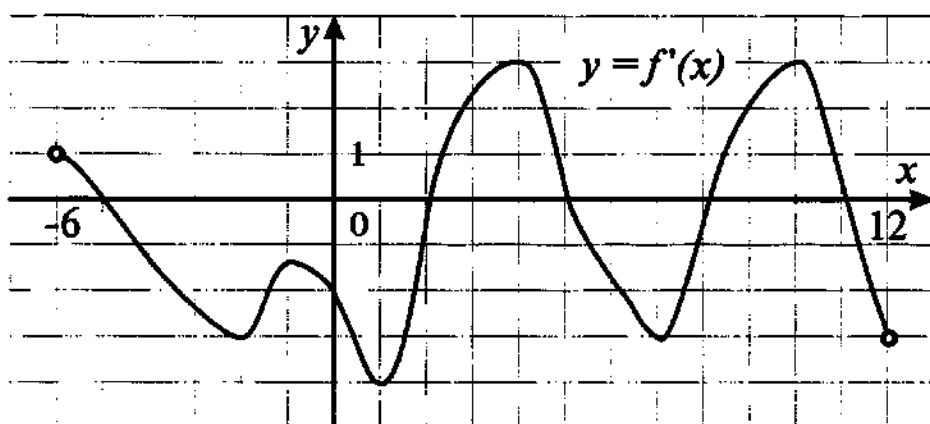
Ответ перенесите в бланк ответов.

8 Решите неравенство $\frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1} \geq 0$. В ответе укажите наименьшее целое решение неравенства.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 9 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 12)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 10 Найдите наименьшее значение функции $y = 12 \cos x - 13x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 11–13. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

- 11 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y \sin x = 2, \\ y \cos x = 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

- 12 Основания трапеции и ее высота изменяются по законам соответственно $a(t) = t + 8$, $b(t) = 3t + 4$ и $h(t) = 1 + 4t$. Вычислите скорость изменения площади этой трапеции в момент времени $t = 5$ с (стороны трапеции и ее высота измеряются в см).

- 13 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^3 - 3x^2 + 3a - 6 = 0$ имеет ровно два решения.

Тест № 9. Итоговый тест за курс 10 класса

Вариант 2

Часть 1

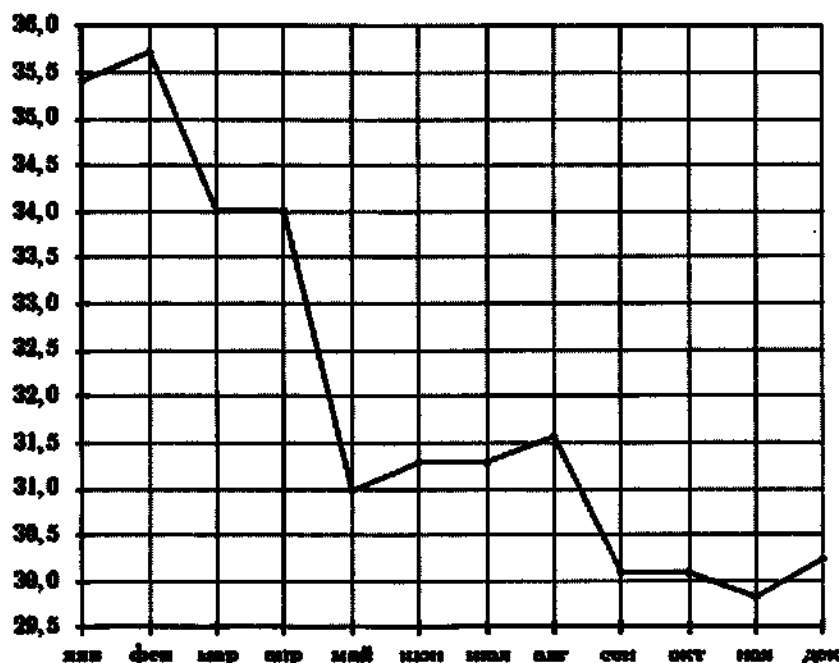
Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

- 1 В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 7 недель?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 2 На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на конец каждого месяца 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько месяцев из данного периода курс доллара был больше 31,5 рубля.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 3 Найдите значение выражения $5 \cos 0 - 2 \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4} \right) + 7 \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right)$.

1) - 5,5 2) - 0,5 3) 3,5 4) 10,5

- 4 Найдите значение производной функции $f(x) = (7 - 8x)^4$ в точке $x_0 = 1$.

1) - 4 2) 32 3) - 32 4) 4

5 Решите уравнение $2\sin x + 1 = 0$.

1) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

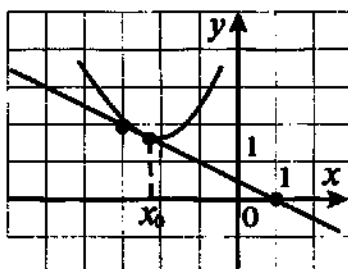
4) $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

6 Найдите значение $\operatorname{ctg} \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{8}{\sqrt{65}}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

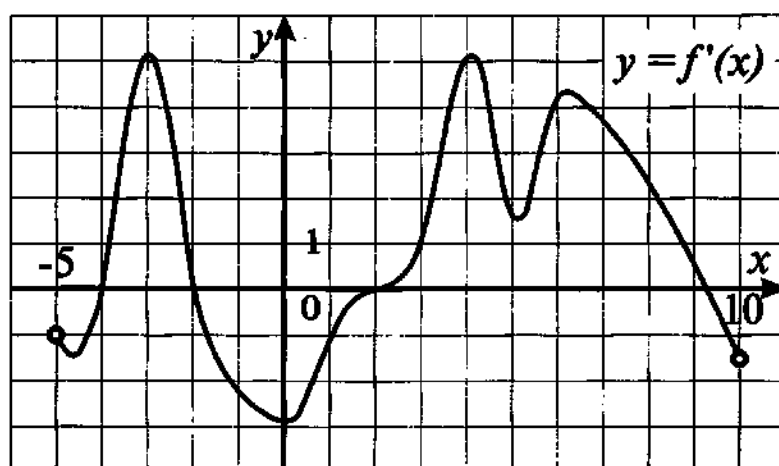
Ответ перенесите в бланк ответов.

8 Решите неравенство $\frac{x^2 - 4x + 4}{x + 2} \leq 0$. В ответе укажите наибольшее целое решение неравенства.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 9 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 10)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 10 Найдите наибольшее значение функции $y = 7x - 6 \sin x + 8$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 11–13. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

- 11 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x \sin^2 y = 6, \\ x \cos^2 y = 2. \end{cases}$$

- 12 Катеты прямоугольного треугольника изменяются по законам $a(t) = 3t + 7$ и $b(t) = 5 + 2t$. Вычислите скорость изменения площади этого треугольника в момент времени $t = 4$ с (стороны треугольника измеряются в см).

- 13 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^3 + 3x^2 - 2a + 5 = 0$ имеет ровно два решения.

Тест № 10. Первообразная и интеграл

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1) Функция $F(x) = 7 \sin x + 10x^4$ является первообразной для функции

1) $f(x) = 7 \cos x + 40x^3$

2) $f(x) = -7 \cos x + 40x^3$

3) $f(x) = -7 \cos x + 2x^5$

4) $f(x) = 7 \cos x + 2x^5$

2) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 6x - x^4 + \frac{1}{x^2}$.

1) $F(x) = 3x^2 - \frac{x^5}{5} - \frac{1}{x} + C$

2) $F(x) = 6 - 4x^3 - \frac{2}{x^3} + C$

3) $F(x) = 3x^2 - \frac{x^5}{5} - \frac{1}{x}$

4) $F(x) = 3x^2 - \frac{x^5}{5} - \frac{1}{3x^3} + C$

3) Для функции $f(x) = 3x^2 - 6x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(2; 5)$.

1) $F(x) = x^3 - 3x^2$

2) $F(x) = x^3 - 3x^2 + 9$

3) $F(x) = 9$

4) $F(x) = 6x - 6$

4) Вычислите $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

1) 1

2) 0,5

3) - 0,5

4) $\sqrt{2}$

5 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^3$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 0$.

Ответ: _____.

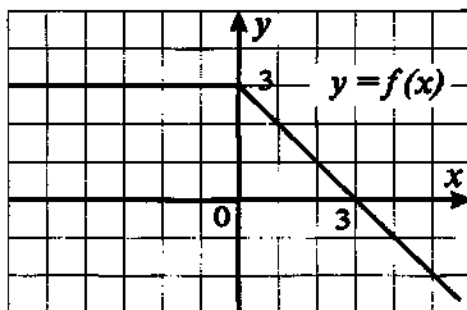
Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Вычислите $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x+2)^2}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 С помощью рисунка вычислите значение интеграла $\int_{-2}^3 f(x) dx$.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Материальная точка движется по прямой со скоростью $v(t) = 5t^2 - 3t + 2$ (время измеряется в секундах, скорость в сантиметрах в секунду). Какой путь пройдет точка за 3 с, считая от начала движения ($t = 0$)?

9 Вычислите $\int_1^3 \frac{8x^3 + 1}{2x + 1} dx$.

10 Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$, касательной к ней в точке с абсциссой 2 и осью y .

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Функция $F(x) = 12x^3 - 3\cos x$ является первообразной для функции

1) $f(x) = 3x^4 + 3\sin x$

2) $f(x) = 3x^4 - 3\sin x$

3) $f(x) = 36x^2 + 3\sin x$

4) $f(x) = 36x^2 - 3\sin x$

2 Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = x^5 - 4x - \frac{1}{x^3}$.

1) $F(x) = 5x^4 - 4 + \frac{3}{x^4} + C$

2) $F(x) = \frac{x^6}{6} - 2x^2 - \frac{4}{x^4} + C$

3) $F(x) = \frac{x^6}{6} - 2x^2 + \frac{1}{2x^2} + C$

4) $F(x) = \frac{x^6}{6} - 2x^2 + \frac{1}{2x^2}$

3 Для функции $f(x) = x - 4x^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $N(2; -8)$.

1) $F(x) = 6$

2) $F(x) = x - 12x^2 + 38$

3) $F(x) = \frac{x^2}{2} - x^4$

4) $F(x) = \frac{x^2}{2} - x^4 + 6$

4 Вычислите $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx$.

1) 1

2) 2

3) -1

4) 4

5 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2$.

Ответ: _____.

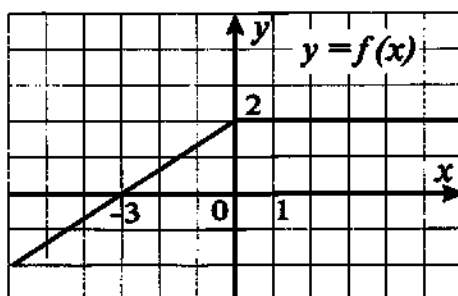
Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Вычислите $\int_6^7 \frac{dx}{(x-5)^2}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 С помощью рисунка вычислите значение интеграла $\int_{-3}^4 f(x) dx$.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Материальная точка движется по прямой со скоростью $v(t) = 3t^2 + t - 4$ (время измеряется в секундах, скорость в сантиметрах в секунду). Какой путь пройдет точка за 4 с, считая от начала движения ($t = 0$)?

9 Вычислите $\int_{-1}^0 \frac{1-27x^3}{1-3x} dx$.

10 Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 1$, касательной к ней в точке с абсциссой 1 и осью y .

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перенесите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Вычислите $\sqrt[4]{81} - \sqrt[3]{-8}$.

1) 1

2) -1

3) -5

4) 5

2 Решите уравнение $x^3 = -\frac{1}{27}$.

1) $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{3}$

3) $-\frac{1}{3}$

4) корней нет

3 Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{5}, \sqrt[3]{25}, \sqrt[6]{325}$.

1) $\sqrt{5}, \sqrt[3]{25}, \sqrt[6]{325}$

2) $\sqrt{5}, \sqrt[6]{325}, \sqrt[3]{25}$

3) $\sqrt[3]{25}, \sqrt[6]{325}, \sqrt{5}$

4) $\sqrt[3]{25}, \sqrt{5}, \sqrt[6]{325}$

4 Упростите выражение $\sqrt[3]{(2x-1)^4}$ при $x < \frac{1}{2}$.

1) $\sqrt{2x-1}$

2) $\sqrt{2x+1}$

3) $\sqrt{1-2x}$

4) $\sqrt{-2x-1}$

5 Представьте в виде корня выражение $(2x)^{0,8}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите значение выражения $9^{\frac{1}{3}} : 9^{\frac{5}{6}}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Найдите область определения выражения $\sqrt[4]{1+x-2x^2}$. В ответе укажите наибольшее целое значение из области определения данного выражения.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8 – 10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Найдите значение выражения $\frac{y+3y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}+3}$ при $y = 0,0081$.

9 Вычислите $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{5}{6}} \cdot \left(\frac{4^{\frac{3}{2}}}{3^3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

10 Упростите выражение $\frac{\sqrt[4]{a^3} - \sqrt[4]{a} + \sqrt{a} - 1}{a - 2\sqrt{a} + 1}$.

Тест № 11. Корень n -й степени. Степень с рациональным показателем

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Вычислите $\sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{-125}$.

1) -3

2) 9

3) -1

4) 7

2 Решите уравнение $x^5 = -\frac{1}{32}$.

1) корней нет

2) $-\frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{2}$

4) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

3 Расположите в порядке убывания числа $\sqrt[4]{23}, \sqrt{5}, \sqrt[3]{483}$.

1) $\sqrt[3]{483}, \sqrt[4]{23}, \sqrt{5}$

2) $\sqrt[3]{483}, \sqrt{5}, \sqrt[4]{23}$

3) $\sqrt{5}, \sqrt[4]{23}, \sqrt[3]{483}$

4) $\sqrt{5}, \sqrt[3]{483}, \sqrt[4]{23}$

4 Упростите выражение $\sqrt[4]{(3+2x)^2}$ при $x < -\frac{3}{2}$.

1) $\sqrt{3+2x}$

2) $\sqrt{-3-2x}$

3) $\sqrt{3-2x}$

4) $\sqrt{2x-3}$

5 Представьте в виде корня выражение $(3x)^{0.6}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6

Найдите значение выражения $4^{\frac{1}{6}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7

Найдите область определения выражения $\sqrt[6]{1+2x-3x^2}$. В ответе укажите наименьшее целое значение из области определения данного выражения.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8 – 10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8

Найдите значение выражения $\frac{c^{\frac{3}{2}} - 9c^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{2}} + 3}$ при $c = 0,25$.

9

Вычислите $\frac{12^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{5}{3}}}{8^{\frac{1}{6}}}$.

10

Упростите выражение $\frac{2\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[6]{a}(1+a)}{\sqrt[6]{a^7} - \sqrt[6]{a}}$.

Тест № 12. Иррациональные уравнения

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите значение x , при котором $\sqrt{5x+1} = 0$.

- 1) не существует 2) $\frac{1}{5}$ 3) -5 4) $-\frac{1}{5}$

2 Решите уравнение $\sqrt[3]{3x+13} = -2$.

- 1) корней нет 2) -7 3) 7 4) $-\frac{5}{3}$

3 Решите уравнение $\sqrt{3x+1} + 2 = 0$.

- 1) 1 2) корней нет 3) $-1\frac{2}{3}$ 4) $1; -1\frac{2}{3}$

4 Решите уравнение $\sqrt{18-x^2} = -x$.

- 1) корней нет 2) $3; -3$ 3) 3 4) -3

5 Решите уравнение $2\sqrt{x+5} = x+2$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите уравнение $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 6 = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите уравнение $x = \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 6x + 9}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8

Решите систему уравнений $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7, \\ x - y = 21. \end{cases}$

9

Решите уравнение $\sqrt{2x-1} (5x^2 - 4x - 1) = 0$.

10

При каком значении параметра a уравнение $\sqrt{x^2 + 4x + 7} = a$ имеет хотя бы один корень?

Тест № 12. Иррациональные уравнения

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите значение x , при котором $\sqrt{3x+4} = 0$.

1) не существует

2) $-\frac{3}{4}$

3) 0

4) $-1\frac{1}{3}$

2 Решите уравнение $\sqrt[3]{4x+19} = -1$.

1) -4,5

2) 5

3) -5

4) корней нет

3 Решите уравнение $\sqrt{x+3} + 3 = 0$.

1) 0

2) 6

3) корней нет

4) -3

4 Решите уравнение $\sqrt{2-x^2} = x$.

1) 1

2) -1

3) -1; 1

4) корней нет

5 Решите уравнение $4\sqrt{x+1} = x+5$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите уравнение $\sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x} - 2 = 0$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите уравнение $\sqrt[3]{x^3 - x^2 - 10x - 25} = x$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите систему уравнений $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 5, \\ x - y = 85. \end{cases}$

9 Решите уравнение $(7x^2 - 6x - 1)\sqrt{4x - 1} = 0$.

10 При каком значении параметра a уравнение $\sqrt{x^2 - 6x + 11} = -a$ имеет хотя бы один корень?

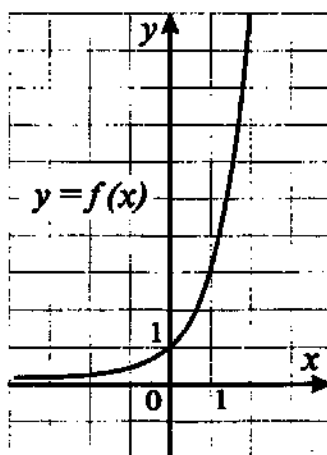
Тест № 13. Показательная функция и ее свойства

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 На рисунке схематически изображен график функции



1) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

2) $y = \pi^x$

3) $y = \pi^{-x}$

4) $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$

2 Для функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ выберите верное утверждение:

- 1) Функция возрастает
- 2) Областью значений функции является множество всех действительных чисел
- 3) Функция не является ни четной, ни нечетной
- 4) График функции проходит через точку (1; 0)

3 Расположите в порядке возрастания числа $(0,3)^{\frac{1}{2}}; (0,3)^{-5}; (0,3)^{\sqrt{3}}; (0,3)^2$.

1) $(0,3)^2; (0,3)^{\sqrt{3}}; (0,3)^{\frac{1}{2}}; (0,3)^{-5}$

2) $(0,3)^{-5}; (0,3)^{\frac{1}{2}}; (0,3)^{\sqrt{3}}; (0,3)^2$

3) $(0,3)^{-5}; (0,3)^{\frac{1}{2}}; (0,3)^2; (0,3)^{\sqrt{3}}$

4) $(0,3)^{\sqrt{3}}; (0,3)^2; (0,3)^{\frac{1}{2}}; (0,3)^{-5}$

4 Областью значений функции $y = 3 - 2^x$ является множество

1) $(-\infty; +\infty)$

2) $(-\infty; 3]$

3) $(-\infty; 3)$

4) $(3; +\infty)$

5 Вычислите $(2^{\sqrt{6}+2})^{2-\sqrt{6}} + 3^{1+2\sqrt{11}} : 9^{\sqrt{11}}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите наибольшее значение функции $y = 0,5 \cdot 7^{-x}$ на отрезке $[0; 1]$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Упростите выражение $x^{5\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{5\sqrt{3}+2}$ и найдите его значение при $x = 0,5$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8 – 10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Зная, что $2^x = a$, найдите значение выражения $(\sqrt{2})^{6x-4}$.

9 Решите графически уравнение $3^x - \frac{3}{x} = 0$.

10 Найдите множество значений функции $y = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}\cos x}$.

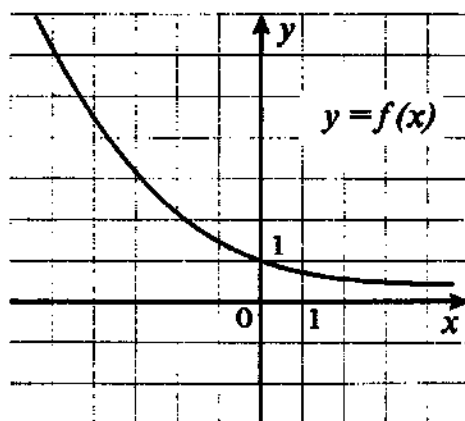
Тест № 13. Показательная функция и ее свойства

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 На рисунке схематически изображен график функции



- 1) $y = 2^x$ 2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ 3) $y = (\sqrt{2})^x$ 4) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$

2 Для функции $y = 5^x$ выберите верное утверждение:

- 1) Областью определения функции является множество всех положительных чисел
- 2) Функция является нечетной
- 3) Функция возрастает
- 4) График функции проходит через точку $(5; 1)$

3 Расположите в порядке убывания числа $(1,2)^{\frac{1}{3}}; (1,2)^{-6}; (1,2)^{\sqrt{5}}; (1,2)^3$.

- 1) $(1,2)^{\sqrt{5}}; (1,2)^3; (1,2)^{\frac{1}{3}}; (1,2)^{-6}$
- 2) $(1,2)^3; (1,2)^{\sqrt{5}}; (1,2)^{\frac{1}{3}}; (1,2)^{-6}$
- 3) $(1,2)^{-6}; (1,2)^{\frac{1}{3}}; (1,2)^{\sqrt{5}}; (1,2)^3$
- 4) $(1,2)^{-6}; (1,2)^{\frac{1}{3}}; (1,2)^3; (1,2)^{\sqrt{5}}$

4 Областью значений функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 5$ является множество

1) $(-\infty; +\infty)$

2) $(-\infty; -5)$

3) $[-5; +\infty)$

4) $(-5; +\infty)$

5 Вычислите $(2^{\sqrt{8}-3})^{3+\sqrt{8}} - 5^{1+2\sqrt{6}} : 25^{\sqrt{6}}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите наименьшее значение функции $y = 12 \cdot 6^{-x}$ на отрезке $[-1; 0]$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Упростите выражение $\left(\frac{1}{y}\right)^{2\sqrt{3}+1} : y^{-2\sqrt{3}}$ и найдите его значение при $y = 0,8$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Зная, что $5^y = b$, найдите значение выражения $(\sqrt[3]{5})^{3y-6}$.

9 Решите графически уравнение $4^{-x} + \frac{4}{x} = 0$.

10 Найдите множество значений функции $y = 25^{\frac{1}{2}\sin x}$.

Тест № 14. Показательные уравнения и неравенства

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Решите уравнение $0,1^{2x-1} = 100$.

1) $-\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{3}$

3) $1\frac{1}{2}$

4) $2\frac{1}{3}$

2 Решите неравенство $0,7^{2x+1} > 0,49$.

1) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

2) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

3) $\left(-\infty; \frac{51}{20}\right)$

4) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

3 Решите уравнение $3^{4x} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

1) $-\frac{3}{8}$

2) $\frac{3}{8}$

3) $\frac{1}{12\sqrt{3}}$

4) $-\frac{1}{4}$

4 Найдите наименьшее целое решение неравенства $8^{2x+1} > 0,125$.

1) 1

2) 0

3) -1

4) такого решения нет

5 Решите уравнение $9^x + 8 \cdot 3^x = 9$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Сколько целочисленных решений имеет неравенство $7^{x^2+x} \leq 49$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите уравнение $5^{x+1} + 5^x = 150$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите неравенство $2^x > 3^x$.

9 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^{x+y} = \frac{1}{9}, \\ 5^x = \left(\frac{1}{25}\right)^y. \end{cases}$$

10 Решите графически неравенство $(\sqrt{3})^{2x} \leq 4 - x$.

Тест № 14. Показательные уравнения и неравенства

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Решите уравнение $0,2^{3-2x} = 125$.

1) $\frac{1}{4}$

2) -2

3) 3

4) 0

2 Решите неравенство $0,3^{3x-1} > 0,09$.

1) $(1; +\infty)$

2) $(-\infty; 1)$

3) $\left(-\infty; \frac{109}{300}\right)$

4) $(0; 1)$

3 Решите уравнение $2^{3x} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

1) $\frac{1}{2}$

2) $-\frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$

4) $-\frac{1}{3}$

4 Найдите наибольшее целое решение неравенства $27^{5x+1} < \frac{1}{9}$.

1) 0

2) -1

3) -2

4) такого решения нет

5 Решите уравнение $4^x - 3 \cdot 2^x = 4$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Сколько целочисленных решений имеет неравенство $5^{2x-x^2} \geq \frac{1}{125}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Решите уравнение $3^{x+2} + 3^x = 270$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8 – 10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Решите неравенство $5^x < 4^x$.

9 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 4^{x-y} = \frac{1}{64}, \\ 3^y = 81^x. \end{cases}$$

10 Решите графически неравенство $(\sqrt{2})^{-2x} \geq 1,5x - 1$.

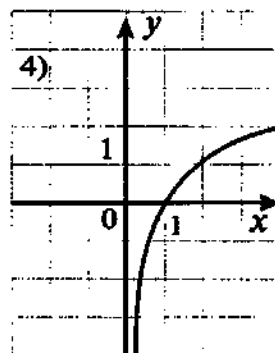
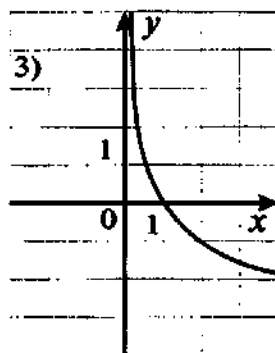
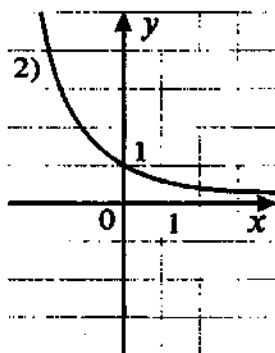
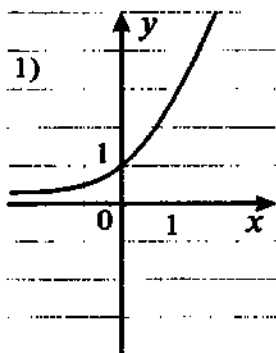
Тест № 15. Логарифмическая функция и ее свойства

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

- 1) На каком рисунке схематически изображен график функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x$?



- 2) Для функции $y = \log_5 x$ выберите верное утверждение:

- 1) Областью определения функции является множество всех действительных чисел
- 2) Функция возрастает на $\mathbb{R}$
- 3) Функция является нечетной
- 4) График функции проходит через точку $(1; 0)$

- 3) Расположите в порядке убывания числа $\log_{0,6} 1$, $\log_{0,6} \frac{1}{3}$, $\log_{0,6} \sqrt{3}$, $\log_{0,6} 1,6$.

- 1) $\log_{0,6} 1,6$, $\log_{0,6} \sqrt{3}$, $\log_{0,6} 1$, $\log_{0,6} \frac{1}{3}$
- 2) $\log_{0,6} \sqrt{3}$, $\log_{0,6} 1,6$, $\log_{0,6} 1$, $\log_{0,6} \frac{1}{3}$
- 3) $\log_{0,6} \frac{1}{3}$, $\log_{0,6} 1$, $\log_{0,6} 1,6$, $\log_{0,6} \sqrt{3}$
- 4) $\log_{0,6} \frac{1}{3}$, $\log_{0,6} 1$, $\log_{0,6} \sqrt{3}$, $\log_{0,6} 1,6$

- 4) Областью определения функции $y = \lg(1 - 4x)$ является множество

- 1) $(-\infty; +\infty)$
- 2) $(0,25; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 0,25)$
- 4) $(-\infty; 0,25]$

5 Вычислите $8^{\log_8 3 - 1}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_{\frac{1}{4}} x - 2$ на отрезке $[1; 4]$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8 – 10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Упростите выражение $\log_4(1 - \sin x) + \log_4(1 + \sin x)$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{4}$.

9 Решите графически уравнение $\log_{\frac{1}{3}} x - (x - 4)^3 = 0$.

10 Вычислите $\frac{\frac{1}{2} \log_5 81 + \frac{2}{3} \log_5 3\sqrt{3}}{\log_5 12 - 2 \log_5 2}$.

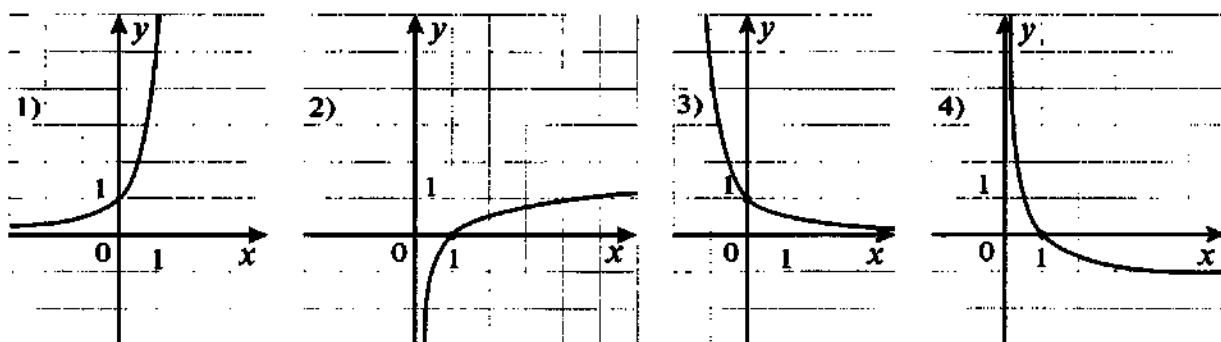
Тест № 15. Логарифмическая функция и ее свойства

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

- 1 На каком рисунке схематически изображен график функции $y = \log_5 x$?



- 2 Для функции $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ выберите верное утверждение:

- 1) Областью значений функции является множество положительных чисел
- 2) Функция является четной
- 3) Функция убывает
- 4) Графиком функции является гипербола

- 3 Расположите в порядке возрастания числа $\log_{1,7} 1$, $\log_{1,7} \frac{5}{3}$, $\log_{1,7} \sqrt{2}$, $\log_{1,7} \frac{3}{5}$.

- 1) $\log_{1,7} \frac{3}{5}$, $\log_{1,7} 1$, $\log_{1,7} \sqrt{2}$, $\log_{1,7} \frac{5}{3}$
- 2) $\log_{1,7} \frac{3}{5}$, $\log_{1,7} 1$, $\log_{1,7} \frac{5}{3}$, $\log_{1,7} \sqrt{2}$
- 3) $\log_{1,7} 1$, $\log_{1,7} \frac{3}{5}$, $\log_{1,7} \frac{5}{3}$, $\log_{1,7} \sqrt{2}$
- 4) $\log_{1,7} 1$, $\log_{1,7} \frac{3}{5}$, $\log_{1,7} \sqrt{2}$, $\log_{1,7} \frac{5}{3}$

- 4 Областью определения функции $y = \log_{0,1} (3 - 2x)$ является множество

- 1) $(-\infty; +\infty)$
- 2) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$
- 3) $(-\infty; 1,5]$
- 4) $(-\infty; 1,5)$

5 Вычислите $5^{\log_5 3+1}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите наибольшее значение функции $y = \log_{\frac{1}{7}} x + 4$ на отрезке $[7; 49]$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Найдите значение выражения $\log_5 \frac{1}{7} - \log_{\sqrt{5}} \frac{25}{\sqrt{7}}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Упростите выражение $\log_{\frac{4}{3}}(1 + \cos x) + \log_{\frac{4}{3}}(1 - \cos x)$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{3}$.

9 Решите графически уравнение $(4 - x)^3 - \log_3 x = 0$.

10 Вычислите $\frac{\frac{1}{3} \log_7 8 - 2 \log_7 5 \sqrt{2}}{\log_7 4 + 2 \log_7 \frac{\sqrt{5}}{2}}$.

Тест № 16. Логарифмические уравнения и неравенства

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите x , если $\lg x = 2\lg 5 - \lg 2$.

1) 2,5

2) 12,5

3) 23

4) 8

2 Решите уравнение $\log_5(4x+5) = 2 + \log_5(x-4)$.

1) 9

2) 15

3) 5

4) 4

3 Решите неравенство $\log_{0,1}(1-3x) > -1$.

1) $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$

2) $(-3; +\infty)$

3) $(-\infty; -3)$

4) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$

4 Решите уравнение $2\log_{\frac{1}{4}}x - \log_{\frac{1}{4}}x - 1 = 0$.

1) $-\frac{1}{2}; 1$

2) $\frac{1}{2}; 4$

3) $\frac{1}{4}; 2$

4) $\frac{1}{4}$

5 Найдите наименьшее целое решение неравенства $\log_{0,9}(4x+2) \geq \log_{0,9}(14-2x)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите уравнение $\log_3(5x^2 + 11x - 1) = \log_3(2x + 1)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Сколько целочисленных решений имеет неравенство $\log_2(7-2x) < 3$?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^x \cdot 9^y = 81, \\ \log_2 y - \log_2 x = -1. \end{cases}$$

9

Решите уравнение $x^{\log_{0,5} x} = \frac{1}{16}$.

10

Для каждого значения параметра a решите неравенство $\log_{2a-1}(3x+4) \geq 0$.

Тест № 16. Логарифмические уравнения и неравенства

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите x , если $\lg x = \frac{1}{2} \lg 5 - \lg \sqrt{5}$.

1) 1

2) 0

3) 0,5

4) 5

2 Решите уравнение $1 + \log_{\frac{1}{3}}(10 - x) = \log_{\frac{1}{3}}(4 - x)$.

1) 1

2) 2

3) 3

4) 0

3 Решите неравенство $\log_6(2x + 5) < 2$.

1) $(-\infty; -1,5)$

2) $(-\infty; 15,5)$

3) $(-2,5; 15,5)$

4) $(15,5; +\infty)$

4 Решите уравнение $2\log_9^2 x + \log_9 x - 1 = 0$.

1) 3; 9

2) $\frac{1}{9}; \frac{1}{3}$

3) $\frac{1}{3}; 9$

4) $\frac{1}{9}; 3$

5 Найдите наименьшее целое решение неравенства $\log_{1,1}(3 - 2x) \leq \log_{1,1}(2x + 5)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Решите уравнение $\log_{\frac{1}{7}}(4x^2 - 13x - 2) = \log_{\frac{1}{7}}(1 - 2x)$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Сколько целочисленных решений имеет неравенство $\log_{0,5}(9 - x) > -2$?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^y \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} = 32, \\ \log_3 y - \log_3 x = 2. \end{cases}$$

9

Решите уравнение $x^{\log_5 x} = 625$.

10

Для каждого значения параметра a решите неравенство $\log_{4a-3}(5x+8) \leq 0$.

Вариант 1

Часть 1

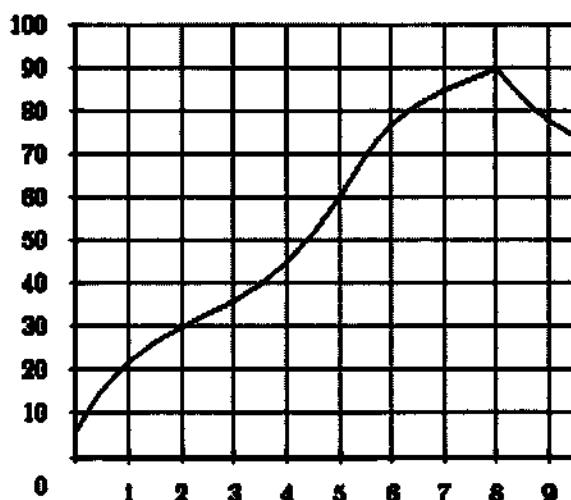
Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

- 1 Налог на доходы составляет 13 % от заработной платы. Заработная плата Ивана Петровича равна 22500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 2 На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался до температуры 30°C.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 3 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{32}\right)^{x-2} = 2$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 4 Найдите значение выражения $\log_a(ab^5)$, если $\log_b a = \frac{5}{9}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

5

Найдите значение выражения $\frac{\left(9^{\frac{4}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{45^{12}}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6

Найдите $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7

Прямая $y = -2x + 6$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 + x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

8

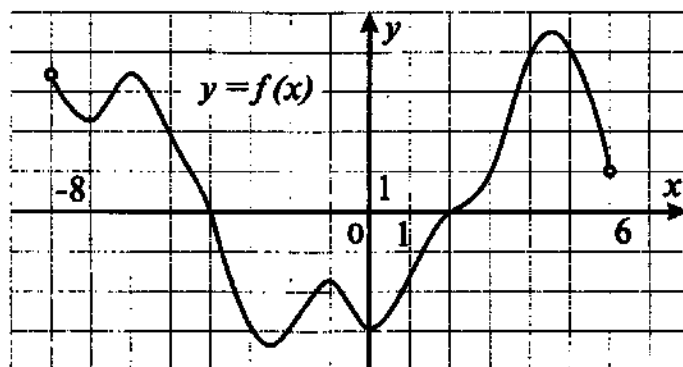
Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 9t^2 - 8t - 5$, где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 40 м/с?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

9

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

10 Найдите точку минимума функции $y = (2x^2 - 16x + 16)e^{x-16}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 11–13. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

11 Решите уравнение $-x^2 + 2x + 2 = 3 + \sin^2 \pi x$.

12 Решите неравенство $\log_2 x^2 \leq 2$.

13 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) = a$ имеет ровно три корня.

Тест № 17. Итоговый тест за курс 10–11 классов

Вариант 2

Часть 1

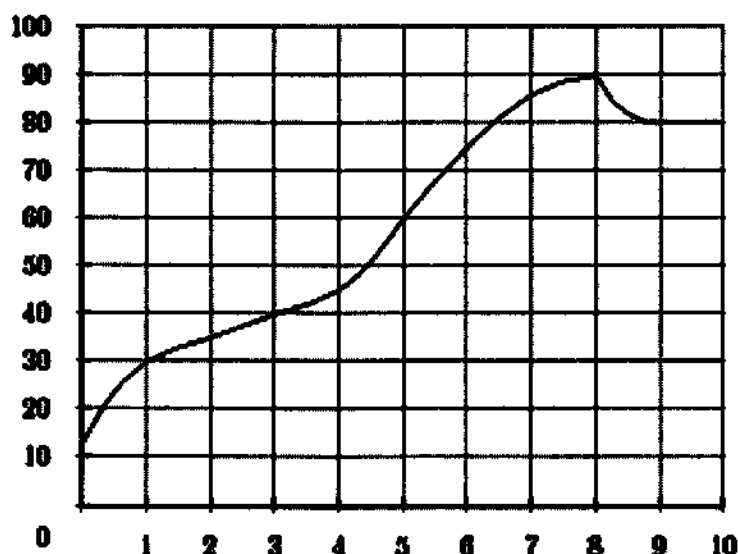
Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

- 1 Налог на доходы составляет 13 % от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Петровна получила 13920 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Петровны?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 2 На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался до температуры 60°C.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 3 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{81}\right)^{x-6} = 3$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

- 4 Найдите значение выражения $\log_a(a^5 b^{10})$, если $\log_b a = \frac{10}{19}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

5 Найдите значение выражения $\frac{\left(5^{\frac{4}{7}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{20^{12}}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

6 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 Прямая $y = 6x + 4$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 + 9x + 3$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

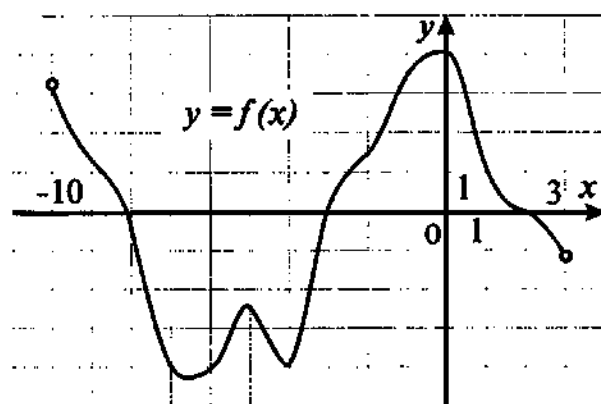
Ответ перенесите в бланк ответов.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 + 3t^2 - 5t$, где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 19 м/с?

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

9 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 3)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

10 Найдите точку максимума функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x+36}$.

Ответ: _____.

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 11–13. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

11 Решите уравнение $-x^2 + 4x = 5 + \cos \frac{\pi x}{2}$.

12 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x^2 > -4$.

13 Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $(x^2 - 1)(x^2 + 2x) = b$ имеет ровно четыре корня.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение № 1

КОДИФИКАТОР ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ (АЛГЕБРА. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА)

(Кодификатор взят с сайта Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.)

Код	Элементы содержания
1	Алгебра
1.1	<i>Числа, корни и степени</i>
1.1.1	Целые числа
1.1.2	Степень с натуральным показателем
1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа
1.1.4	Степень с целым показателем
1.1.5	Корень степени $n > 1$ и его свойства
1.1.6	Степень с рациональным показателем и ее свойства
1.1.7	Свойства степени с действительным показателем
1.2	<i>Основы тригонометрии</i>
1.2.1	Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
1.2.2	Радианная мера угла
1.2.3	Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
1.2.4	Основные тригонометрические тождества
1.2.5	Формулы приведения
1.2.6	Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
1.2.7	Синус и косинус двойного угла
1.3	<i>Логарифмы</i>
1.3.1	Логарифм числа
1.3.2	Логарифм произведения, частного, степени
1.3.3	Десятичный и натуральный логарифмы, число e
1.4	<i>Преобразования выражений</i>
1.4.1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции
1.4.2	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
1.4.3	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений
1.4.5	Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
1.4.6	Модуль (абсолютная величина) числа

Код	Элементы содержания
2	Уравнения и неравенства
2.1	Уравнения
2.1.1	Квадратные уравнения
2.1.2	Рациональные уравнения
2.1.3	Иррациональные уравнения
2.1.4	Тригонометрические уравнения
2.1.5	Показательные уравнения
2.1.6	Логарифмические уравнения
2.1.7	Равносильность уравнений, систем уравнений
2.1.8	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
2.1.9	Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
2.1.11	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений
2.2	Неравенства
2.2.1	Квадратные неравенства
2.2.2	Рациональные неравенства
2.2.3	Показательные неравенства
2.2.4	Логарифмические неравенства
2.2.5	Системы линейных неравенств
2.2.6	Системы неравенств с одной переменной
2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств
2.2.8	Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
2.2.9	Метод интервалов
2.2.10	Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
3	Функции
3.1	Определение и график функции
3.1.1	Функция, область определения функции
3.1.2	Множество значений функции
3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях

Код	Элементы содержания
3.1.4	Обратная функция. График обратной функции
3.1.5	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат
3.2	<i>Элементарное исследование функций</i>
3.2.1	Монотонность функций. Промежутки возрастания и убывания
3.2.2	Четность и нечетность функций
3.2.3	Периодичность функций
3.2.4	Ограниченность функций
3.2.5	Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции
3.3	<i>Основные элементарные функции</i>
3.3.1	Линейная функция, ее график
3.3.2	Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
3.3.3	Квадратичная функция, ее график
3.3.4	Степенная функция с натуральным показателем, ее график
3.3.5	Тригонометрические функции, их графики
3.3.6	Показательная функция, ее график
3.3.7	Логарифмическая функция, ее график
4	Начала математического анализа
4.1	<i>Производная</i>
4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
4.1.4	Производные суммы, разности, произведения, частного
4.1.5	Производные основных элементарных функций
4.1.6	Вторая производная и ее физический смысл
4.2	<i>Исследование функций</i>
4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
4.2.2	Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.3	<i>Первообразная и интеграл</i>
4.3.1	Первообразные элементарных функций
4.3.2	Примеры применения интеграла в физике и геометрии

СПЕЦИФИКАЦИИ ИТОГОВЫХ ТЕСТОВ

Итоговый тест за курс 10 класса

№ задания	Код	Проверяемое содержание
1	1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа
2	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
3	1.2.2	Раданная мера угла
	1.2.3	Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
4	4.1.5	Производные основных элементарных функций
5	2.1.4	Тригонометрические уравнения
6	1.2.4	Основные тригонометрические тождества
7	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
8	2.2.9	Метод интервалов
9	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
10	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
	4.1.4	Производные суммы, разности, произведения, частного
11	2.1.9	Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое
	2.1.4	сложение, введение новых переменных
		Тригонометрические уравнения
12	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
13	2.1.2	Рациональные уравнения
	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков

Итоговый тест за курс 10-11 классов

№ задания	Код	Проверяемое содержание
1	1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа
2	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
3	2.1.5	Показательные уравнения
4	1.3.2	Логарифм произведения, частного, степени
5	1.1.6	Степень с рациональным показателем и ее свойства
6	1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений
7	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
8	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
9	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
10	4.2.1 4.1.4	Применение производной к исследованию функций и построению графиков Производные суммы, разности, произведения, частного
11	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
12	2.2.4	Логарифмические неравенства
13	2.1.1	Квадратные уравнения

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ

(Перечень подготовлен на основе Государственного стандарта среднего (полного) общего образования (Приказ МО РФ от 05.05.2004 № 1089). Смотри сайт ФИПИ: www.fipi.ru.)

Уметь выполнять вычисления и преобразования

- 1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.
- 1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.
- 1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Уметь решать уравнения и неравенства

- 2.1. Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы.
- 2.2. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод.
- 2.3. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

Уметь выполнять действия с функциями

- 3.1. Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения; строить графики изученных функций.
- 3.2. Вычислять производные и первообразные элементарных функций.
- 3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций.

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

- 4.1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).
- 4.2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.
- 4.3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

- 5.1. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.
- 5.2. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.
- 5.3. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

- 6.1. Анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.
- 6.2. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.
- 6.3. Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ МАТЕРИАЛОВ СБОРНИКА ДЛЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В Приложении № 1 к данному сборнику дан кодификатор элементов содержания по математике, соответствующий Обязательному минимуму содержания основных образовательных программ. В спецификациях для итоговых тестов (Приложение № 2) указаны коды тем по этому кодификатору.

Учитель может заменить некоторые задания итоговых тестирований другими заданиями из данного кодификатора, которые не представлены в указанных тестах.

Чтобы оценить выполнение каждого теста, надо подсчитать суммарный тестовый балл. За каждое верно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. Количество баллов за каждое верно выполненное задание части 2 определено в критериях оценивания ответа и составляет 0 – 3 балла в зависимости от полноты и правильности ответа (Приложение № 5).

Успешность выполнения работы определяется для тематических тестов в соответствии со шкалой:

Удовлетворительно	– 6–8 баллов;
хорошо	– 9–11 баллов;
отлично	– 12–14 баллов;

для итоговых тестов в соответствии со шкалой:

удовлетворительно	– 8–10 баллов;
хорошо	– 11–13 баллов;
отлично	– 14–17 баллов.

Учитель может скорректировать предлагаемую шкалу оценок с учетом особенностей класса.

ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

10 КЛАСС

Тест № 1. Преобразование тригонометрических выражений

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	1	4	1	1	0	-4

Часть 2

- 8 Найдите значение выражения $4 - 4(\cos \alpha - \sin \alpha)^2$ при $\alpha = \frac{\pi}{12}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верно упрощенном выражении	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 2.

- 9 Известно, что $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 3$. Найдите $2 \operatorname{tg} \alpha$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Дан правильный ответ, но допущена ошибка в объяснениях	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: -1.

- 10 Синус угла при основании равнобедренного треугольника равен 0,6. Найдите косинус угла при вершине этого треугольника.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Дан правильный ответ, но нет подробных объяснений	2
Нет правильного ответа из-за вычислительной ошибки при нахождении косинуса искомого угла	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: -0,28.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	3	4	2	0,75	0	6

Часть 2

- 8 Найдите значение выражения $8 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{8}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верно упрощенном выражении	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 2.

- 9 Известно, что $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 6$. Найдите $10 \operatorname{tg} \alpha$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при выражении $\operatorname{tg} \alpha$.	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: – 14.

- 10 Косинус угла при основании равнобедренного треугольника равен 0,2. Найдите синус угла при вершине этого треугольника.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Дан правильный ответ, но нет подробных объяснений	2
Нет правильного ответа из-за вычислительной ошибки при нахождении синуса искомого угла	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{4\sqrt{6}}{25}$.

Тест № 2. Функции и их свойства

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	4	2	2	231	–3; 0; 1	2

Часть 2

8

Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{5x^2 - 3x - 2}}{x + 2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верном составлении соответствующей системы неравенств	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-2; -0,4] \cup [1; +\infty)$.

9

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 5 - \sqrt{x}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении соответствующего неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 5.

10

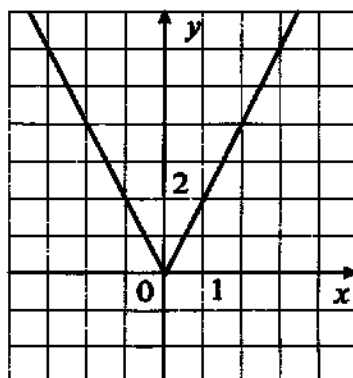
Постройте график функции $f(x) = \sqrt{4x^2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Верно построен график функции	3
Верно построен график функции, но нет подробных объяснений	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: (см. рисунок).

$$\sqrt{4x^2} = |2x|$$

$$y = |2x|$$



Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	2	3	2	312	0; 1	5

Часть 2

- 8 Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 3x - 1}}{x - 3}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верном составлении соответствующей системы неравенств	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right] \cup [1; 3) \cup (3; +\infty)$.

- 9 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 2 + \sqrt{x}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении соответствующего неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 2.

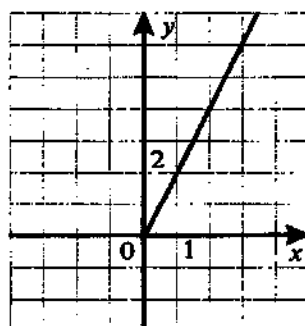
- 10 Постройте график функции $y = (\sqrt{2x})^2$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Верно построен график функции	3
Верно построен график функции, но нет подробных объяснений	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: (см. рисунок).

$$(\sqrt{2x})^2 = 2x, \quad x \geq 0$$

$$y = 2x, \quad x \geq 0$$



Тест № 3. Тригонометрические функции и их свойства

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	1	3	4	1	2	-0,5	5

Часть 2

- 8** Найдите точки максимума функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верном объяснении соответствующего свойства функции $y = \sin x$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

- 9** Найдите промежутки возрастания функции $y = \cos 3x$.

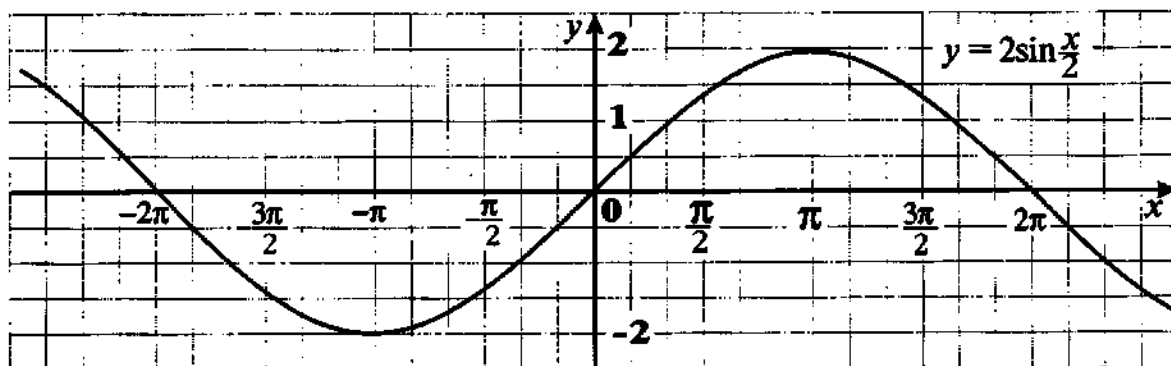
Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верном объяснении соответствующего свойства функции $y = \cos x$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left[-\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}n; \frac{2\pi}{3}n\right], n \in \mathbb{Z}$.

- 10** Постройте график функции $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Верно построен график функции	3
Верно построен график функции, но нет подробных объяснений	2
Допущена ошибка в преобразовании тригонометрического выражения, но при этом верно построен график	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $y = 2 \sin \frac{x}{2}$ (см. рисунок).



Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	2	3	2	4	-1	-4

Часть 2

- 8 Найдите точки минимума функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верном объяснении соответствующего свойства функции $y = \sin x$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

- 9 Найдите промежутки убывания функции $y = \sin \frac{x}{3}$.

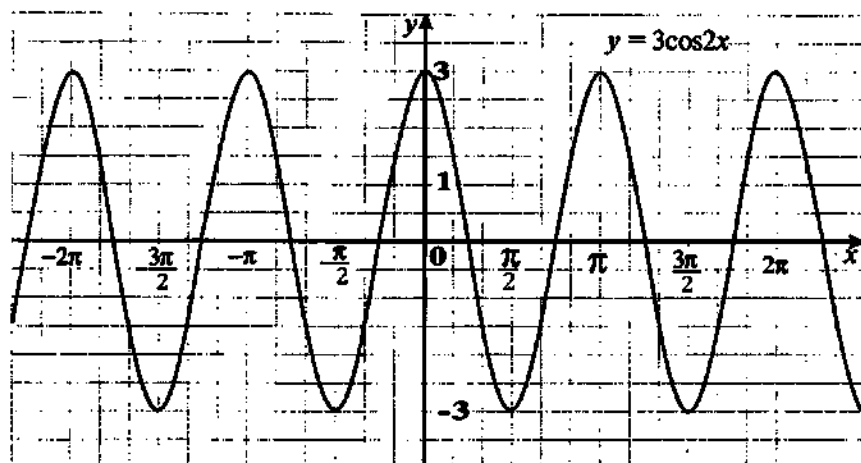
Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при верном объяснении соответствующего свойства функции $y = \sin x$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left[\frac{3\pi}{2} + 6\pi n; \frac{9\pi}{2} + 6\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

10 Постройте график функции $y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Верно построен график функции	3
Верно построен график функции, но нет подробных объяснений	2
Допущена ошибка в преобразовании тригонометрического выражения, но при этом верно построен график	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $y = 3 \cos 2x$ (см. рисунок).



Тест № 4. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	4	1	4	$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	3	0,25

Часть 2

8 Решите уравнение $\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно преобразованного уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $-\frac{\pi}{12} + 2\pi n, -\frac{7\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

- 9 Найдите все решения уравнения $4\sin^2 x = 1$, принадлежащие промежутку $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Верно найдены все общие решения, но допущена ошибка при отборе корней	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$.

- 10 Решите неравенство $8\sin 3x \cos 3x \geq 2\sqrt{3}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно решено неравенство, но дана некорректная запись ответа	2
Нет правильного ответа из-за вычислительной ошибки при решении упрощенного неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left[\frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{3}n; \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{3}n\right], n \in \mathbb{Z}$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	2	3	4	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	4	0,6

Часть 2

- 8 Решите уравнение $\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно преобразованного уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

- 9 Найдите все решения уравнения $4 \cos^2 x = 3$, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Верно найдены все общие решения, но допущена ошибка при отборе корней	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$.

- 10 Решите неравенство $2 \cos^4 2x - 2 \sin^4 2x \geq 1$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно решено неравенство, но дана некорректная запись ответа	2
Нет правильного ответа из-за вычислительной ошибки при решении упрощенного неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left[-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n\right], n \in \mathbb{Z}$.

Тест № 5. Тригонометрические уравнения и системы уравнений

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	4	1	3	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n,$ $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	Решений нет

Часть 2

- 8 Решите уравнение $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x + 1} = 1$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка в решении равносильного уравнения или потеряны решения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

9 Решите уравнение $3\sin^2 x - 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка в решении равносильного уравнения или потеряны решения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n, -\arctg \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

10 Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos x + \sin x = \sqrt{2} \end{cases}$ при условии, что $0 < x < \frac{\pi}{2}, 0 < y < \frac{\pi}{2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно решена система, но дана некорректная запись ответа	2
Нет правильного ответа из-за вычислительной ошибки при решении равносильной системы	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.

Тест № 5. Тригонометрические уравнения и системы уравнений

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	3	3	4	$2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	Решений нет

Часть 2

8 Решите уравнение $\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} = 1$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка в решении равносильного уравнения или потеряны решения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

9 Решите уравнение $5\sin^2 x - 3\sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка в решении равносильного уравнения или потеряны решения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n, -\arctg 0,4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

10 Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = \pi, \\ \sin x + \sin y = \sqrt{3} \end{cases}$ при условии, что $\frac{\pi}{2} < x < \pi, 0 < y < \frac{\pi}{2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно решена система, но дана некорректная запись ответа	2
Нет правильного ответа из-за вычислительной ошибки при решении равносильной системы	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left(\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Тест № 6. Правила вычисления производных. Производная сложной функции

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	1	4	2	2	$4\frac{1}{3}$	1	$(0,2; +\infty)$

Часть 2

8 Найдите корни уравнения $f'(x) = 0$, принадлежащие промежутку $[0; 2\pi]$, если известно, что

$$f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2x.$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка в решении равносильного уравнения или в ответе неправильно отобраны корни	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{\pi}{12}; \frac{13\pi}{12}$.

9 Решите уравнение $f'(x) = g'(x)$, если известно, что $f(x) = 4\sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{3}x - 5$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 36.

10 Решите неравенство $f'(x) < g'(x)$, если известно, что

$$f(x) = x^3 + x^2 - 8, g(x) = -5x^2 + 3.$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно составлено неравенство, но допущена вычислительная ошибка на конечном этапе его решения	2
Нет правильного ответа из-за ошибки при составлении равносильного неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-4; 0)$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	1	3	2	14	-3	$(0,75; +\infty)$

Часть 2

8 Найдите корни уравнения $f'(x) = 0$, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, если известно,

что $f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) + 4x$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка в решении равносильного уравнения или в ответе неправильно отобраны корни	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $-\frac{7\pi}{24}; \frac{5\pi}{24}$.

- 9 Решите уравнение $f'(x) = g'(x)$, если известно, что $f(x) = 6\sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{2}x + 7$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 36.

- 10 Решите неравенство $f'(x) > g'(x)$, если известно, что

$$f(x) = -x^3 - 2x^2 + 6, g(x) = -4x^2 - 11.$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно составлено неравенство, но допущена вычислительная ошибка на конечном этапе его решения	2
Нет правильного ответа из-за ошибки при составлении равносильного неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left(0; 1\frac{1}{3}\right)$.

Тест № 7. Применение непрерывности и производной

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	2	1	4	0,25	1,004	-1

Часть 2

- 8 Решите неравенство $\frac{5}{x-2} \geq x+2$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена числительная ошибка при решении данного неравенства или в ответе неверно отмечены концы промежутков	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-\infty; -3] \cup (2; 3]$.

- 9 В какой точке касательная к графику функции $y = x^2 - 5x$ параллельна прямой $y = -x + 7$?

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения или в ответе не записаны обе координаты искомой точки	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(2; -6)$.

- 10 К графику функции $y = x^2 + 2x - 3$ проведены касательные в точках $(0; -3)$ и $(-2; -3)$. Найдите координаты точки пересечения этих касательных.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно составлены уравнения искомых касательных, но допущена вычислительная ошибка на конечном этапе его решения	2
Нет правильного ответа из-за ошибки при составлении уравнений касательных	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-1; -5)$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	4	2	3	-2	0,85	-1

Часть 2

- 8 Решите неравенство $x \geq \frac{2x-4}{x-3}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена числительная ошибка при решении данного неравенства или в ответе неверно отмечены концы промежутков	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $[1; 3) \cup [4; +\infty)$.

- 9 В какой точке касательная к графику функции $y = x^2 + 4x$ параллельна прямой $y = 2x + 3$?

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения или в ответе не записаны обе координаты искомой точки	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-1; -3)$.

10

К графику функции $y = x^2 - 2x + 3$ проведены касательные в точках $(0; 3)$ и $(2; 3)$. Найдите координаты точки пересечения этих касательных.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно составлены уравнения искомых касательных, но допущена вычислительная ошибка на конечном этапе его решения	2
Нет правильного ответа из-за ошибки при составлении уравнений касательных	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(1; 1)$.

Тест № 8. Исследование функций с помощью производной

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	1	3	4	2	3	2	0

Часть 2

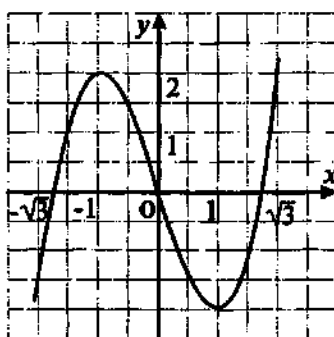
8 Докажите, что функция $f(x) = \cos x + 2x$ возрастает на R .

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Даны недостаточные объяснения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $f'(x) = -\sin x + 2 > 0 \forall x \in R$, поэтому $f(x)$ возрастает на R .

9 Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ на монотонность и постройте эскиз ее графика.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Даны недостаточные объяснения. Правильный ответ	1
Во всех остальных случаях	0



$$f(x) = x^3 - 3x$$

Ответ: $f(x)$ убывает на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$, $f(x)$ возрастает на $[-1; 1]$.

- 10 Число 12 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата одного из них на удвоенное другое слагаемое было наибольшим.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $12 = 8 + 4$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	3	2	2	2	3	4

Часть 2

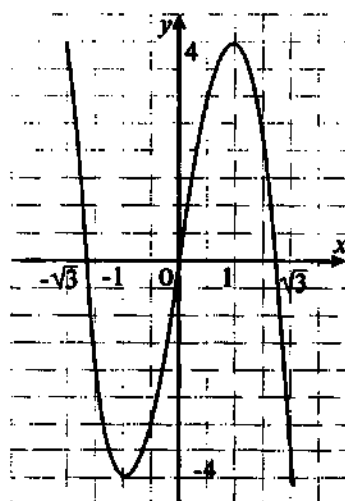
- 8 Докажите, что функция $f(x) = \sin x - 3x$ убывает на $\mathbb{R}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Даны недостаточные объяснения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $f'(x) = \cos x - 3 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$, поэтому $f(x)$ убывает на $\mathbb{R}$.

- 9 Исследуйте функцию $f(x) = 6x - 2x^3$ на монотонность и постройте эскиз ее графика.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Даны недостаточные объяснения. Правильный ответ	1
Во всех остальных случаях	0



$$f(x) = 6x - 2x^3$$

Ответ: $f(x)$ убывает на $(-\infty; -1]$ и на $[1; +\infty)$, $f(x)$ возрастает на $[-1; 1]$.

- 10** Число 9 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата одного из них на утроенное другое слагаемое было наибольшим.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения. Правильный ответ	2
Допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $9 = 6 + 3$.

Тест № 9. Итоговый тест за курс 10 класса

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	16	2	2	4	1	0,25	-0,5	-1	3	19

Часть 2

- 11** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y \sin x = 2, \\ y \cos x = 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении равносильной системы или потеряны решения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -4\right), \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; 4\right), n \in \mathbb{Z}$.

- 12** Основания трапеции и ее высота изменяются по законам соответственно $a(t) = t + 8$, $b(t) = 3t + 4$ и $h(t) = 1 + 4t$. Вычислите скорость изменения площади этой трапеции в момент времени $t = 5$ с (стороны трапеции и ее высота измеряются в см).

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при нахождении значения верно составленного по условию задачи выражения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 106.

- 13 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^3 - 3x^2 + 3a - 6 = 0$ имеет ровно два решения.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения или допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения.	2
Допущена логическая ошибка в решении, но найдено хотя бы одно значение параметра a	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $2; 3\frac{1}{3}$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	12	5	3	2	2	0,125	-0,5	2	4	8

Часть 2

- 11 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x \sin^2 y = 6, \\ x \cos^2 y = 2. \end{cases}$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении равносильной системы или потеряны решения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\left(8; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}$.

- 12 Катеты прямоугольного треугольника изменяются по законам $a(t) = 3t + 7$ и $b(t) = 5 + 2t$. Вычислите скорость изменения площади этого треугольника в момент времени $t = 4$ с (стороны треугольника измеряются в см).

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при нахождении значения верно составленного по условию задачи выражения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 38,5.

- 13 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^3 + 3x^2 - 2a + 5 = 0$ имеет ровно два решения.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения или допущена вычислительная ошибка при решении верно составленного по условию задачи уравнения.	2
Допущена логическая ошибка в решении, но найдено хотя бы одно значение параметра a	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 2,5; 4,5.

11 КЛАСС

Тест № 10. Первообразная и интеграл

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	1	1	2	2	6	$\frac{2}{3}$	10,5

Часть 2

- 8 Материальная точка движется по прямой со скоростью $v(t) = 5t^2 - 3t + 2$ (время измеряется в секундах, скорость в сантиметрах в секунду). Какой путь пройдет точка за 3 с, считая от начала движения ($t = 0$)?

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении верно составленного по условию задачи выражения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 37,5.

- 9 Вычислите $\int_1^3 \frac{8x^3 + 1}{2x + 1} dx$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке пределов интегрирования в верно найденную первообразную подынтегральной функции	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $28\frac{2}{3}$.

- 10** Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$, касательной к ней в точке с абсциссой 2 и осью y .

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена арифметическая ошибка при вычислении верно составленного по условию задачи интеграла	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $2\frac{2}{3}$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	3	4	2	8	0,5	11

Часть 2

- 8** Материальная точка движется по прямой со скоростью $v(t) = 3t^2 + t - 4$ (время измеряется в секундах, скорость в сантиметрах в секунду). Какой путь пройдет точка за 4 с, считая от начала движения ($t = 0$)?

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении верно составленного по условию задачи выражения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 56.

- 9** Вычислите $\int_{-1}^0 \frac{1-27x^3}{1-3x} dx$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке пределов интегрирования в верно найденную первообразную подынтегральной функции	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 2,5.

- 10** Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 1$, касательной к ней в точке с абсциссой 1 и осью y .

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена арифметическая ошибка при вычислении верно составленного по условию задачи интеграла	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Тест № 11. Корень n -й степени. Степень с рациональным показателем

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	3	2	3	$\sqrt[5]{16x^4}$	$\frac{1}{3}$	1

Часть 2

- 8** Найдите значение выражения $\frac{y+3y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}+3}$ при $y = 0,0081$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Упрощено выражение. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке в верно упрощенное по условию задачи выражение	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 0,09.

- 9** Вычислите $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{5}{6}} \cdot \left(\frac{4^{\frac{3}{2}}}{3^3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Верно применены свойства степени с рациональным показателем. Дан правильный ответ	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 1,5.

10 Упростите выражение $\frac{\sqrt[4]{a^3} - \sqrt[4]{a} + \sqrt{a} - 1}{a - 2\sqrt{a} + 1}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена ошибка при сокращении дроби на последнем этапе преобразования выражения	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{1}{\sqrt[4]{a} - 1}$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	2	3	2	$\sqrt[5]{27x^3}$	0,5	0

Часть 2

8 Найдите значение выражения $\frac{c^{\frac{3}{2}} - 9c^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{2}} + 3}$ при $c = 0,25$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Упрощено выражение. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке в верно упрощенное по условию задачи выражение	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: -1,25.

9 Вычислите $\frac{12^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{5}{3}}}{8^{\frac{1}{6}}}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Верно применены свойства степени с рациональным показателем. Дан правильный ответ	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 9.

10 Упростите выражение $\frac{2\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{a}(1+a)}{\sqrt[3]{a^7} - \sqrt[3]{a}}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена ошибка при сокращении дроби на последнем этапе преобразования выражения	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}$.

Тест № 12. Иррациональные уравнения

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	2	2	4	4	16	-3

Часть 2

8 Решите систему уравнений $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7, \\ x - y = 21. \end{cases}$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении какого-либо уравнения системы	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: (25; 4).

9 Решите уравнение $\sqrt{2x-1}(5x^2-4x-1)=0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении уравнения или не произведен отбор корней	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 0,5; 1.

10 При каком значении параметра a уравнение $\sqrt{x^2 + 4x + 7} = a$ имеет хотя бы один корень?

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена вычислительная ошибка при решении квадратного уравнения с параметром или не учтено условие $a \geq 0$	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $[\sqrt{3}; +\infty)$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	3	3	1	3	1	-5

Часть 2

8 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 5, \\ x - y = 85. \end{cases}$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении какого-либо уравнения системы	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: (121; 36).

9 Решите уравнение $(7x^2 - 6x - 1)\sqrt{4x - 1} = 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении уравнения или не произведен отбор корней	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 0,25; 1.

10 При каком значении параметра a уравнение $\sqrt{x^2 - 6x + 11} = -a$ имеет хотя бы один корень?

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена вычислительная ошибка при решении квадратного уравнения с параметром или не учтено условие $a \leq 0$	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-\infty; -\sqrt{2}]$.

Тест № 13. Показательная функция и ее свойства

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	3	2	3	3,25	0,5	4

Часть 2

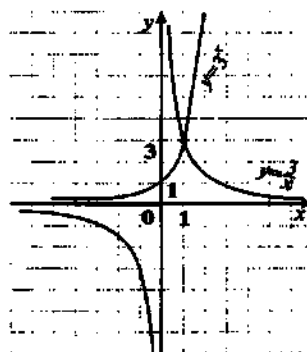
- 8** Зная, что $2^x = a$, найдите значение выражения $(\sqrt{2})^{6x-4}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке a в верно преобразованное выражение	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $0,25a^3$.

- 9** Решите графически уравнение $3^x - \frac{3}{x} = 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Верно построены графики соответствующих функций, но в ответе указаны обе координаты точки пересечения этих графиков	1
Во всех остальных случаях	0



Ответ: 1.

- 10** Найдите множество значений функции $y = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}\cos x}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена вычислительная ошибка при решении двойного неравенства или не включены концы промежутка	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $[0,5; 2]$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	4	3	2	4	-4,5	12	1,25

Часть 2

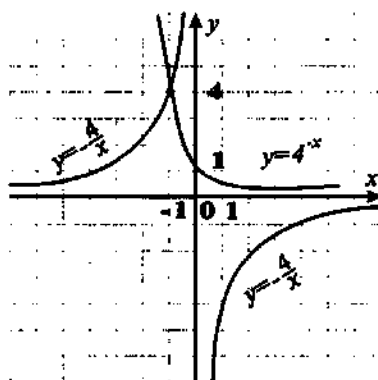
- 8 Зная, что $5^y = b$, найдите значение выражения $(\sqrt[3]{5})^{3y-6}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке b в верно преобразованное выражение	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $0,04b$.

- 9 Решите графически уравнение $4^{-x} + \frac{4}{x} = 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Верно построены графики соответствующих функций, но в ответе указаны обе координаты точки пересечения этих графиков	1
Во всех остальных случаях	0



Ответ: -1 .

- 10 Найдите множество значений функции $y = 25 \cdot \frac{1}{2^{\sin x}}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена вычислительная ошибка при решении двойного неравенства или не включены концы промежутка	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $[0,2; 5]$.

Тест № 14. Показательные уравнения и неравенства

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	1	2	1	2	0	4	2

Часть 2

8 Решите неравенство $2^x > 3^x$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена ошибка при решении равносильного неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-\infty; 0)$.

9 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^{x+y} = \frac{1}{9}, \\ 5^x = \left(\frac{1}{25}\right)^y. \end{cases}$$

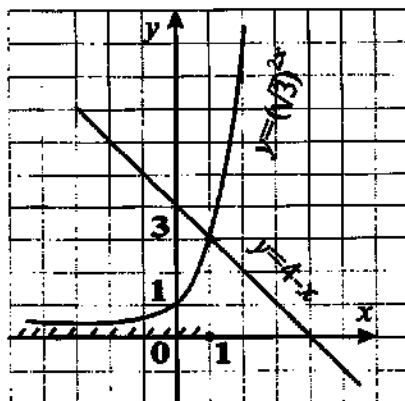
Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена ошибка при решении равносильной системы линейных уравнений	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-4; 2)$.

10 Решите графически неравенство $(\sqrt{3})^{2x} \leq 4 - x$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно построены графики соответствующих функций, но в ответе дан другой промежуток	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-\infty; 1]$.



Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	2	2	1	2	5	3

Часть 2

8 Решите неравенство $5^x < 4^x$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена ошибка при решении равносильного неравенства	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-\infty; 0)$.

9 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 4^{x-y} = \frac{1}{64}, \\ 3^y = 81^x. \end{cases}$$

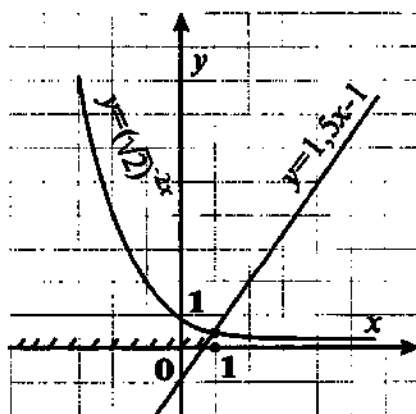
Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена ошибка при решении равносильной системы линейных уравнений	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(1; 4)$.

10 Решите графически неравенство $(\sqrt{2})^{-2x} \geq 1,5x - 1$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Верно построены графики соответствующих функций, но в ответе дан другой промежуток	2
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-\infty; 1]$.



Тест № 15. Логарифмическая функция и ее свойства

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	3	4	3	3	0,375	-3	2

Часть 2

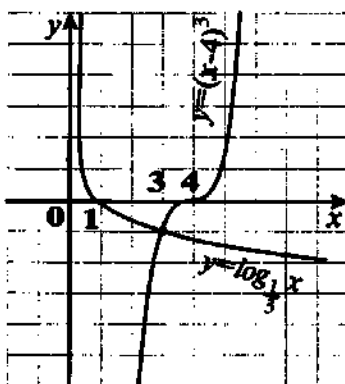
- 8** Упростите выражение $\log_4(1 - \sin x) + \log_4(1 + \sin x)$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{4}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке значения угла в верно упрощенное выражение	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: -0,5.

- 9** Решите графически уравнение $\log_3 x - (x - 4)^3 = 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Верно построены графики соответствующих функций, но в ответе даны обе координаты точки пересечения этих графиков	1
Во всех остальных случаях	0



Ответ: 3.

- 10** Вычислите $\frac{\frac{1}{2} \log_5 81 + \frac{2}{3} \log_5 3\sqrt{3}}{\log_5 12 - 2 \log_5 2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена вычислительная ошибка при упрощении выражения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 3.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	3	1	4	15	3	-4

Часть 2

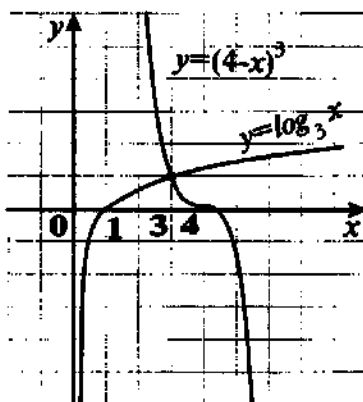
- 8** Упростите выражение $\log_4 \frac{1+\cos x}{3} + \log_4 \frac{1-\cos x}{3}$ и найдите его значение при $x = \frac{\pi}{3}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при подстановке значения угла в верно упрощенное выражение	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: -1.

- 9** Решите графически уравнение $(4-x)^3 - \log_3 x = 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Верно построены графики соответствующих функций, но в ответе даны обе координаты точки пересечения этих графиков	1
Во всех остальных случаях	0



Ответ: 3.

- 10** Вычислите $\frac{\frac{1}{3} \log_7 8 - 2 \log_7 5\sqrt{2}}{\log_7 4 + 2 \log_7 \frac{\sqrt{5}}{2}}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Допущена вычислительная ошибка при упрощении выражения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: -2.

Тест № 16. Логарифмические уравнения и неравенства

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	2	3	1	3	0	0,2	4

Часть 2

8 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^x \cdot 9^y = 81, \\ \log_2 y - \log_2 x = -1. \end{cases}$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении равносильной системы линейных уравнений или дана некорректная запись ответа	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: (2; 1).

9 Решите уравнение $x^{\log_{0,5} x} = \frac{1}{16}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Найден только один корень уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{1}{4}$; 4.

10 Для каждого значения параметра a решите неравенство $\log_{2a-1}(3x+4) \geq 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Рассмотрен только один случай для значений параметра a	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: при $\frac{1}{2} < a < 1$ $-1\frac{1}{3} < x \leq -1$, при $a > 1$ $x \geq -1$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ	1	1	3	4	0	-0,25	3

Часть 2

8 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2^y \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} = 32, \\ \log_3 y - \log_3 x = 2. \end{cases}$$

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Допущена арифметическая ошибка при решении равносильной системы линейных уравнений или дана некорректная запись ответа	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: (1; 9).

9 Решите уравнение $x^{\log_5 x} = 625$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Найден только один корень уравнения	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{1}{25}$; 25.

10 Для каждого значения параметра a решите неравенство $\log_{4a-3}(5x+8) \leq 0$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Рассмотрен только один случай для значений параметра a	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: при $\frac{3}{4} < a \leq 1$ $x \geq -1,4$, при $a > 1$ $-1,6 < x \leq -1,4$.

Тест № 17. Итоговый тест за курс 10–11 классов

Вариант 1

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	19575	2	1,8	10	25	5	1	8	5	6

Часть 2

- 11** Решите уравнение $-x^2 + 2x + 2 = 3 + \sin^2 \pi x$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Правильный ответ, но нет достаточных объяснений	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 1.

- 12** Решите неравенство $\log_2 x^2 \leq 2$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
В ответе не исключена точка $x = 0$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $[-2; 0) \cup (0; 2]$.

- 13** Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) = a$ имеет ровно три корня.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения или допущена вычислительная ошибка при решении верно составленной по условию задачи системы	2
Допущена логическая ошибка в решении, но найдено какое-либо значение параметра a	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $a = \frac{9}{16}$.

Вариант 2

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	16000	5	5,75	24	16	2,25	1	2	7	0

Часть 2

- 11 Решите уравнение $-x^2 + 4x = 5 + \cos \frac{\pi x}{2}$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Правильный ответ, но нет достаточных объяснений	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 2.

- 12 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x^2 > -4$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
В ответе не исключена точка $x = 0$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $(-9; 0) \cup (0; 9)$.

- 13 Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $(x^2 - 1)(x^2 + 2x) = b$ имеет ровно четыре корня.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения или допущена вычислительная ошибка при решении верно составленной по условию задачи системы	2
Допущена логическая ошибка в решении, но найдено какое-либо значение параметра b	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $-1 < b < \frac{9}{16}$.

БЛАНКИ ОТВЕТОВ

Бланк ответов Тест № 1 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 2 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 3 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 4 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 5 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 6 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 7 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 8 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 9 Вариант № ____ Балл ____

Фамилия _____ Имя _____ Класс ____

Номер задания	1	2	3	4	5
Ответ					

Номер задания	6	7	8	9	10
Ответ					

Ответ на задания 11, 12, 13 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 10 Вариант № ____ Балл ____

Фамилия _____ Имя _____ Класс ____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 11 Вариант № ____ Балл ____

Фамилия _____ Имя _____ Класс ____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 12 Вариант № ____ Балл ____

Фамилия _____ Имя _____ Класс ____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 13 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 14 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 15 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Бланк ответов Тест № 16 Вариант № _____ Балл _____

Фамилия _____ Имя _____ Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ							

Ответ на задания 8, 9, 10 записывается на отдельном листе.

Фамилия _____

Имя _____

Класс _____

Номер задания	1	2	3	4	5
Ответ					

Номер задания	6	7	8	9	10
Ответ					

Ответ на задания 11, 12, 13 записывается на отдельном листе.
